بخش اول: بانک تست

فصل اول:
آمار توصیفی
(فصل سوم کتاب آمار و احتمال)

فصل دوم:
آمار استنباطی
(فصل چهارم کتاب آمار و احتمال)

فصل سوم:
آشنایی با مبانی ریاضیات
(فصل اول کتاب آمار و احتمال)

فصل چهارم:
آشنایی با نظریه اعداد
(فصل اول کتاب ریاضیات گسسته)

فصل پنجم:
گراف و مدل‌سازی
(فصل دوم کتاب ریاضیات گسسته)

فصل ششم:
مجموعه‌ها
(فصل اول کتاب آمار و احتمال)

فصل هفتم:
ترکیبیات (شمارش)
(فصل سوم کتاب ریاضیات گسسته)

فصل هشتم:
احتمال
(فصل دوم کتاب آمار و احتمال)

بخش دوم: درسنامه

فصل اول:
آمار توصیفی
(فصل سوم کتاب آمار و احتمال)

فصل دوم:
آمار استنباطی
(فصل چهارم کتاب آمار و احتمال)

فصل سوم:
آشنایی با مبانی ریاضیات
(فصل اول کتاب آمار و احتمال)

فصل چهارم:
آشنایی با نظریه اعداد
(فصل اول کتاب ریاضیات گسسته)

فصل پنجم:
گراف و مدل‌سازی
(فصل دوم کتاب ریاضیات گسسته)

فصل ششم:
مجموعه‌ها
(فصل اول کتاب آمار و احتمال)

فصل هفتم:
ترکیبیات (شمارش)
(فصل سوم کتاب ریاضیات گسسته)

فصل هشتم:
احتمال
(فصل دوم کتاب آمار و احتمال)

فصل ۱ آمار توصیفی

قسمت اول: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه، نمونه، متغیر و انواع آن

علم آمار، جامعه و نمونه

۱. به مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات .... می‌گوییم.

۱) نمونه ۲) علم آمار ۳) آمار ۴) متغیر

۲. اولین قدم در استفاده از علم آمار، کدام است؟

۱) سازماندهی ۲) پیش‌بینی ۳) تحلیل داده‌ها ۴) جمع‌آوری اعداد و ارقام

۳. در کدام بررسی، اندازهٔ نمونه برابر اندازهٔ جامعه است؟ (سراسری تجربی- ۸۹)

۱) نمونهٔ تصادفی ۲) دسته‌بندی ۳) سرشماری ۴) با متغیر کیفی

۴. کدام‌یک از جملات زیر نادرست است؟

۱) تعداد اعضای جامعه، اندازهٔ جامعه نام دارد.
۲) جامعهٔ آماری، زیرمجموعه‌ای از نمونه است.
۳) سرشماری، یعنی مورد مطالعه قرار دادن تمام افراد جامعه.
۴) تعداد اعضای نمونه، اندازهٔ نمونه نام دارد.

متغیر

۵. کدام متغیر، کیفی ترتیبی نمی‌باشد؟

۱) مراحل کشت گیاه ۲) ماه تولد ۳) رشتهٔ تحصیلی دانشجویان ۴) میزان تحصیلات

۶. کدام متغیر، کیفی ترتیبی است؟

۱) گروه خونی ۲) جمعیت ۳) وزن ۴) مراحل زندگی

۷. نوع آلایندگی هوا چگونه متغیری است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۱)

۱) کمّی گسسته ۲) کمّی پیوسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

۸. میزان آلودگی هوا چه نوع متغیری است؟

۱) کمی گسسته ۲) کمی پیوسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

۹. گروه خونی افراد کدام نوع متغیر است؟ (سراسری تجربی- ۹۰)

۱) کیفی اسمی ۲) کیفی ترتیبی ۳) کمّی پیوسته ۴) کمّی گسسته

۱۰. مراحل تحصیلی، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۰)

۱) کمّی گسسته ۲) کمّی پیوسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

۱۱. «شمارهٔ صندلی» متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟

۱) کمّی پیوسته ۲) کمّی گسسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

۱۲. شاخص تودهٔ بدن چه نوع متغیری است؟

۱) کمّی پیوسته ۲) کمّی گسسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

۱۳. شاخص تودهٔ بدن شخصی با وزن ۶۰ کیلوگرم و قد ۱۶۰ سانتی‌متر با تقریب دو رقم اعشار کدام است؟

۱) ۲۲/۸۲ ۲) ۲۲/۸۶ ۳) ۲۳/۴۴ ۴) ۲۳/۶۸

۱۴. شاخص تودهٔ بدن و قد شخصی به ترتیب ۲۰ و ۱۷۰ سانتی‌متر می‌باشد. وزن این شخص بر حسب کیلوگرم کدام است؟

۱) ۵۶/۲ ۲) ۵۷/۸ ۳) ۵۸/۴ ۴) ۵۸/۷

دانش‌آموزان عزیز! در صورت کمبود وقت حتماً به تست‌های ستاره‌دار (☆ و ★) پاسخ دهید. تست‌های دارای ★ برای جمع‌بندی در ایام نزدیک کنکور سراسری و کنکورهای آزمایشی هستند. همچنین در تست‌های کنکور قدیمی‌تر، از ذکر سال خودداری کرده‌ایم.

قسمت دوم: فراوانی‌ها و نمودارها

فراوانی و فراوانی نسبی داده‌ها

☆۱۵. اگر فراوانی و فراوانی نسبی داده‌ای ۱۹ و ۰/۲۵ باشد، فراوانی کل داده‌ها کدام است؟

۱) ۷۶ ۲) ۷۵ ۳) ۶۰ ۴) ۵۷

۱۶. در یک جدول فراوانی، فراوانی مطلق دستهٔ اول $۲x+۱$، تعداد کل داده‌ها برابر $۱۶x+۲$ و فراوانی نسبی دستهٔ اول ۰/۱۴ می‌باشد. فراوانی مطلق دستهٔ اول کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۷. فراوانی نسبی گروه خونی ۸۰ نفر در جدول زیر داده شده است. چند نفر دارای گروه خونی O هستند؟

گروه خونی	A	B	AB	O
فراوانی نسبی	۰/۳	۰/۴	۰/۲	x

۱) ۲۰ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۸

★۱۸. دانش‌آموزان یک مدرسه با سال تولد یکسان را وزن‌کشی کرده و عدد صحیح وزن آن‌ها را یادداشت کرده‌ایم، چند درصد آن‌ها کم‌تر از ۵۰ وزن دارند؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۸)

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵

۱) ۷۲ ۲) ۷۵ ۳) ۷۸ ۴) ۸۰

دسته‌بندی داده‌ها

۱۹. دامنهٔ تغییرات داده‌های ۱۳، ۱۰، ۱۹، ۱۸، ۱۶، ۱۵، ۱۲، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۸ و ۱۱ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

☆۲۰. اگر دامنهٔ تغییرات داده‌های $۲x_i+۵ : i=۱,۲,\cdots,n$ برابر ۶ باشد، دامنهٔ تغییرات داده‌های $۵x_i-۳ : i=۱,۲,\cdots,n$ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۲۷ ۴) ۳۰

★۲۱. در ۵۶ دادهٔ آماری، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها ۸۶ و ۶۵ است. این داده‌ها در ۷ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر داده‌هایی که در یک دسته قرار دارند یکسان در نظر گرفته شوند، مقدار مشترک آن‌ها در دستهٔ پنجم کدام است؟

۱) ۷۴ ۲) ۷۵ ۳) ۷۷/۵ ۴) ۷۸/۵

۲۲. تعدادی دادهٔ آماری در ۷ دسته با طول یکسان ۶ دسته‌بندی شده است. اگر مرکز دستهٔ چهارم ۲۸ باشد، حدود دستهٔ چهارم کدام است؟

۱) $۲۲ \le x < ۳۴$ ۲) $۲۲ \le x \le ۳۴$ ۳) $۲۵ \le x \le ۳۱$ ۴) $۲۵ \le x < ۳۱$

☆۲۳. در دسته‌بندی ۱۴۰ دادهٔ آماری در ۱۵ طبقه، دستهٔ اول به‌صورت $۵ \le x < ۹$ می‌باشد. مرکز دستهٔ دوازدهم کدام است؟

۱) ۴۹ ۲) ۵۰ ۳) ۵۱ ۴) ۵۲

☆۲۴. ۷۵ دادهٔ آماری در ۱۰ دسته، دسته‌بندی شده است. اگر مرکز دسته‌های سوم و هفتم به ترتیب ۱۳ و ۲۵ باشد، طول دسته‌ها کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳/۵ ۳) ۴ ۴) ۴/۵

★۲۵. ۱۵۰ دادهٔ آماری که کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها ۱۹ و ۷۳ می‌باشد، در تعدادی دسته با طول یکسان طبقه‌بندی شده‌اند. اگر تعداد دسته‌ها، ۳ واحد بیش‌تر از طول دسته‌ها باشد، مرکز دستهٔ هفتم کدام است؟

۱) ۵۵ ۲) ۵۶ ۳) ۵۷ ۴) ۵۸

☆۲۶. تعدادی دادهٔ آماری در ۹ دسته طبقه‌بندی شده‌اند. اگر از طول دسته $\frac{۱}{۲}$ کم کنیم، آن‌گاه داده‌ها در ۱۰ دسته طبقه‌بندی می‌شوند. دامنهٔ تغییرات این داده‌ها کدام است؟

۱) ۴۱/۵ ۲) ۴۵ ۳) ۴۹/۵ ۴) ۵۳/۵

۲۷. کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین دادهٔ آماری در بین ۱۵۰ دادهٔ آماری ۱۷ و ۴۷ می‌باشد. این داده‌ها در ۶ دسته، دسته‌بندی شده‌اند. تعدادی دادهٔ آماری کوچک‌تر از ۴۷ به آن‌ها اضافه شده است. داده‌های جدید را در ۷ دسته با همان طول دسته‌بندی می‌کنیم. کوچک‌ترین دادهٔ آماری اضافه‌شده کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

☆۲۸. تعدادی دادهٔ آماری که کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها ۱۱ و ۵۱ می‌باشد در ۱۰ دسته، دسته‌بندی شده است. ۳۰ دادهٔ بین ۳۵ و ۴۵ به آن‌ها اضافه می‌کنیم و داده‌های جدید را در ۸ دسته طبقه‌بندی می‌کنیم. طول دسته‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

۱) یک واحد اضافه می‌شود. ۲) یک واحد کم می‌شود. ۳) تغییری نمی‌کند. ۴) نمی‌توان نظری داد.

فراوانی‌ها در جدول دسته‌بندی داده‌ها

۲۹. اندازهٔ قد ۱۲۰ دانش‌آموز، در جدول زیر دسته‌بندی شده است. فراوانی دستهٔ چهارم کدام است؟ (سراسری تجربی)

مرکز دسته	۱۵۵	۱۵۸	۱۶۱	۱۶۴	۱۶۷	۱۷۰
درصد فراوانی	۱۰	۱۵	۱۸	x	۲۰	۱۲

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۳۰. داده‌های آماری زیر را در ۶ طبقه با طول یکسان دسته‌بندی کرده‌ایم. فراوانی نسبی دستهٔ چهارم کدام است؟

۲۰,۲۲,۱۸,۱۰,۱۱,۱۷,۱۸,۱۹,۲۱,۲۲,۱۴,۱۵,۱۶,۱۸,۱۳,۲۳,۲۴,۲۶,۲۶,۲۷,۲۰,۱۷,۲۵,۱۲,۲۸

۱) ۰/۰۸ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۶

۳۱. در جدول داده‌های زیر، اگر درصد فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر ۳۰ باشد، فراوانی دستهٔ (۱۲,۱۰] کدام است؟ (سراسری تجربی)

مرکز دسته	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵
فراوانی دسته	۹	۱۵	x	۱۰	۸

۱) ۱۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۳۲. در دسته‌بندی ۱۸۰ دادهٔ آماری در ۷ طبقه، دستهٔ دوم به‌صورت $24 \le x < 28$ می‌باشد. می‌دانیم ۵۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۶ و فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۱۵ است. چند داده کوچک‌تر از ۳۲ می‌باشد؟

۱) ۷۵ ۲) ۷۰ ۳) ۶۵ ۴) ۷۲

۳۳. ۷۵ دادهٔ آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. کوچک‌ترین داده ۲۷ و بزرگ‌ترین آن‌ها ۴۸ می‌باشد. می‌دانیم ۲۸ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۶ و ۴۰ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۹ می‌باشند، فراوانی مطلق دستهٔ وسط کدام است؟ (سراسری ریاضی)

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۳۴. در دسته‌بندی ۶۰ دادهٔ آماری در ۷ طبقه، طبقهٔ اول به‌صورت ۹ - ۵ و فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۱۵ می‌باشد. اگر ۸ دادهٔ کوچک‌تر از ۱۳ و بزرگ‌تر از ۵ و ۲۲ دادهٔ بزرگ‌تر از ۲۱ و کم‌تر از ۳۳ به دسته‌ها اضافه کنیم، فراوانی نسبی جدید دستهٔ وسط کدام است؟

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱

۳۵. ۱۲۰ دادهٔ آماری در ۹ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۳۰ دادهٔ جدید به این جدول افزوده شود، ۱۲ داده به دستهٔ وسط اضافه می‌شود و فراوانی نسبی آن نیز ۰/۰۲ کم‌تر می‌شود. فراوانی مطلق قبلی دستهٔ وسط کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۳۶. در جدول فراوانی زیر، ۴۰ درصد داده‌ها کم‌تر از ۱۹ می‌باشند. فراوانی دستهٔ (۲۳, ۱۹] کدام است؟

مرکز دسته	۹	۱۳	۱۷	۲۱	۲۵
فراوانی	۸	۱۴	x	۳x	۲۱

۱) ۲۴ ۲) ۲۱ ۳) ۱۸ ۴) ۱۵

۳۷. هشتاد دادهٔ آماری در ۷ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ دادهٔ جدید به این جدول افزوده شود، فراوانی نسبی دستهٔ وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دستهٔ مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۰)

۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{8}$

۳۸. در دسته‌بندی ۱۲۰ دادهٔ آماری در ۹ طبقه، دستهٔ اول به‌صورت (۲۲,۲۵] می‌باشد. می‌دانیم ۴۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۴ و فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۲ است. تعداد داده‌های کم‌تر از ۳۷ کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۸۹)

۱) ۶۷ ۲) ۷۶ ۳) ۷۸ ۴) ۸۷

۳۹. کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌های آماری ۳۱ و ۵۲ می‌باشند. این داده‌ها در ۷ دسته، دسته‌بندی شده‌اند. ۳۷ درصد داده‌ها کم‌تر از ۴۰ و ۴۸ درصد آن‌ها بیش‌تر یا مساوی ۴۳ می‌باشد. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد، فراوانی دستهٔ وسط کدام است؟ (سراسری تجربی- ۸۵)

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۴۰. داده‌های جدول زیر، داده‌های آماری پیوسته است. چند درصد داده‌ها، در فاصلهٔ (۲۱/۵ , ۱۸/۵] قرار دارند؟ (سراسری تجربی- ۸۸)

مرکز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳	۲۶
فراوانی	۵	۸	۱۲	۹	۶

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۴۱. تعدادی دادهٔ آماری در ۷ دسته، دسته‌بندی شده است. فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر $\frac{1}{6}$ می‌باشد. اگر فراوانی این دسته را دو برابر و فراوانی سایر دسته‌ها را چهار برابر کنیم، آن‌گاه فراوانی نسبی جدید دستهٔ وسط کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{2}{11}$ ۳) $\frac{1}{12}$ ۴) $\frac{1}{11}$

۴۲. در جدول فراوانی داده‌های آماری زیر، سه دادهٔ ۱۲، ۱۴ و ۱۵ را از بین آن‌ها حذف می‌کنیم. فراوانی نسبی جدید دستهٔ دوم کدام است؟

مرکز دسته	۹	۱۳	۱۷	۲۱	۲۵
فراوانی	۵	۱۱	۹	۱۳	۱۰

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۲
۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۳

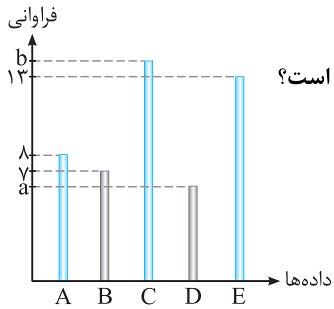
☆۴۳. در جدول فراوانی ۹۰ دادهٔ دسته‌بندی‌شدهٔ زیر، اگر فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۲ باشد، فراوانی دستهٔ پنجم کدام است؟

مرکز دسته	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی	۸	۹	۸	x	y	۹	۲۳

۱) ۹ ۲) ۱۲
۳) ۱۵ ۴) ۱۸

نمودارها و تحلیل داده‌ها

☆۴۴. نمودار میله‌ای ۵۰ دادهٔ آماری به‌صورت مقابل است. اگر فراوانی نسبی دادهٔ D، ۰/۱۲ باشد، b − a کدام است؟



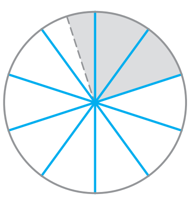
۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۵

☆۴۵. در جدول داده‌های زیر، اگر درصد فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر ۳۰ باشد، در نمودار بافت نگاشت، ارتفاع مستطیل متناظر با دستهٔ وسط کدام است؟

مرکز دسته	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵
فراوانی دسته	۹	۱۵	x	۱۰	۸

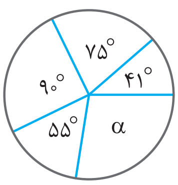
۱) ۱۴ ۲) ۱۶
۳) ۱۸ ۴) ۲۰

☆۴۶. در نمودار دایره‌ای مربوط به ۱۲۰ ورزشکار، قسمت رنگی متناظر با تعداد کشتی‌گیران است. چند نفر کشتی‌گیر هستند؟



۱) ۲۴ ۲) ۳۰
۳) ۳۲ ۴) ۳۶

☆۴۷. نمودار دایره‌ای سطح کشت گندم ۵ قاره به‌صورت مقابل است. قاره با زاویهٔ مرکزی α، چند درصد گندم را تولید می‌کند؟



۱) ۲۷/۵ ۲) ۳۰
۳) ۳۲ ۴) ۳۵

۴۸. جدول زیر مرکز دسته با فراوانی نسبی داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مربوط به بازهٔ [۲۱,۲۴) چند درجه است؟

مرکز دسته	۱۹/۵	۲۲/۵	۲۵/۵	۲۸/۵	۳۱/۵
فراوانی نسبی	۰/۲	x	۰/۲۵	۰/۱۸	۰/۱۷

۱) ۶۶ ۲) ۷۲
۳) ۷۵ ۴) ۸۰

☆۴۹. مدرسه‌ای ۱۸۰ دانش‌آموز دارد که این دانش‌آموزان از نظر علاقه‌مندی به رشته‌های ورزشی به ۵ گروه تقسیم شده‌اند. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مرکزی هر گروه بر حسب درجه، مطابق جدول زیر است. تعداد دانش‌آموزان گروه D کدام است؟

گروه	A	B	C	D	E
زاویهٔ مرکزی	۸۴°	۷۲°	۶۰°	x	۸۸°

۱) ۳۴ ۲) ۳۱
۳) ۳۰ ۴) ۲۸

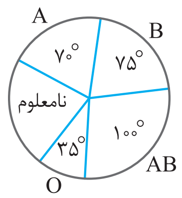
☆۵۰. تعدادی دادهٔ آماری را که کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها ۵ و ۲۶ می‌باشد در ۷ دسته، دسته‌بندی کرده‌ایم. اگر ۲۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۱۱ و ۴۰ درصد داده‌ها بیش‌تر یا مساوی ۱۴ باشند، اندازهٔ زاویهٔ متناظر با دستهٔ سوم در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

۱) ۱۳۵ ۲) ۱۲۶ ۳) ۱۱۵ ۴) ۱۰۸

☆۵۱. تعدادی دادهٔ آماری در ۴ دستهٔ A، B، C و D دسته‌بندی شده‌اند. اگر فراوانی دسته‌های B، C و D به ترتیب ۲، ۳ و ۴ برابر فراوانی دستهٔ A باشند، در نمودار دایره‌ای اندازهٔ زاویهٔ مرکزی متناظر با دستهٔ B کدام است؟

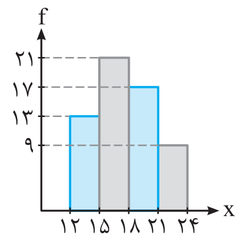
۱) ۶۵° ۲) ۶۷° ۳) ۷۱° ۴) ۷۲°

۵۲.★ نمودار دایره‌ای روبه‌رو، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است. گروه خونی ۳۲ نفر از آنان تعیین نشده است. چند نفر از آن‌ها، دارای نوع خون B هستند؟ (سراسری تجربی- ۹۵)



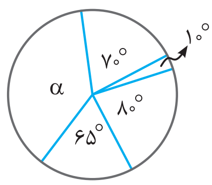
۱) ۲۵ ۲) ۳۰
۳) ۳۶ ۴) ۴۰

۵۳.★ از داده‌های آماری با نمودار بافت‌نگاشت مقابل، سه دادهٔ ۱۴، ۱۶ و ۱۶ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویهٔ مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟ (سراسری تجربی - ۹۴)



۱) ۹۰
۲) ۱۰۵
۳) ۱۲۰
۴) ۱۳۵

۵۴.☆ افراد یک جامعه، به ۵ گروه سنی تقسیم شده‌اند که نمودار دایره‌ای آن‌ها با زاویهٔ مرکزی بر حسب درجه رسم شده است. گروه سنی با زاویهٔ مرکزی α، شامل چند درصد این جامعه است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۴)



۱) ۲۳ ۲) ۳۲/۵
۳) ۳۶ ۴) ۳۷/۵

۵۵. در یک شرکت دارویی، جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم، زاویهٔ مربوط به کارکنان ارشد، چند درجه است؟ (سراسری تجربی- ۹۳)

۱) ۸۴ ۲) ۹۲
۳) ۹۶ ۴) ۱۰۵

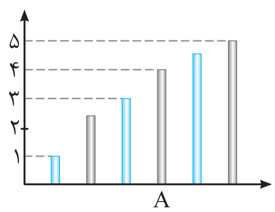
نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکترا
تعداد	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰

۵۶.★ شرکتی ۱۶۰ کارمند دارد که مدارک تحصیلی آنان با ۶ کد متمایز مشخص شده‌اند. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مرکزی هر گروه با واحد درجه مطابق جدول روبه‌رو است. تعداد کارکنان با کد ۴ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۰)

۱) ۵۲ ۲) ۵۴
۳) ۵۶ ۴) ۵۸

کد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویهٔ مرکزی	۲۷	۴۵	۹۹	α	۵۴	۱۸

۵۷. در مقایسهٔ سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان، نمودار میله‌ای مقابل رسم شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیرصحیح هر دو میله ۰/۵ است.) (سراسری- ۹۰)



۱) ۶۴ ۲) ۷۲
۳) ۸۰ ۴) ۹۶

۵۸.★ در جدول زیر مرکز دسته با درصد فراوانی نسبی داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مربوط به بازهٔ $[25,28)$ چند درجه است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۱)

مرکز دسته	۱۷/۵	۲۰/۵	۲۳/۵	۲۶/۵	۲۹/۵
درصد فراوانی نسبی	۱۷	۲۰/۵	۲۲	x	۱۸

۱) ۷۲ ۲) ۸۱
۳) ۸۴ ۴) ۹۰

۵۹.☆ در جدول فراوانی ۶۰ دادهٔ دسته‌بندی‌شده به شکل زیر، زاویهٔ مرکزی متناسب با فراوانی مطلق دستهٔ وسط در نمودار دایره‌ای، ۹۰ درجه است. فراوانی دستهٔ چهارم کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۵)

۱) ۱۴ ۲) ۱۵
۳) ۱۶ ۴) ۱۷

حدود دسته	۱۲-۱۴	۱۴-۱۶	۱۶-۱۸	۱۸-۲۰	۲۰-۲۲
فراوانی	۶	۱۱	x	y	۱۲

نمودار چندبر فراوانی

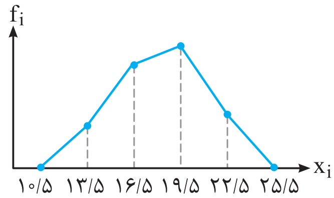
۶۰.☆ در نمودار چندبر فراوانی، اعداد واقع بر محور افقی کدام است؟
۱) حدود دسته ۲) مرکز دسته ۳) کران پایین ۴) کران بالا

۶۱.☆ نمودار چندبر فراوانی برای کدام متغیر زیر مناسب نیست؟
۱) قد ۲) وزن ۳) تعداد کلاس‌ها ۴) مقاومت ترانزیستور

۶۲.★ هرگاه دستهٔ اول یک جدول فراوانی به‌صورت [۹،۱۵) و فراوانی آن ۵ باشد، طول‌های نقاط اول و دوم نمودار چندبر فراوانی تکمیل‌شده چه اعدادی هستند؟

۱) ۶ و ۱۲ ۲) صفر و ۵ ۳) ۵ و ۶ ۴) صفر و ۱۲

۶۳.☆ شکل مقابل نمودار چندبر فراوانی است. در نمودار بافت‌نگاشت کران پایین دستهٔ دوم کدام است؟

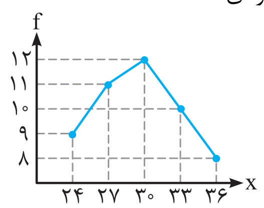


۱) ۱۲
۲) ۱۳/۵
۳) ۱۵
۴) ۱۶/۵

۶۴.★ در توزیع فراوانی داده‌های پیوسته، کدام نمودار مناسب است؟ (سراسری تجربی- ۸۷)

۱) بافت‌نگاشت ۲) چندبر فراوانی ۳) میله‌ای ۴) دایره‌ای

۶۵.★ اگر به داده‌های آماری با نمودار چندبر فراوانی روبه‌رو، دو دادهٔ ۲۹ و ۳۲ افزوده شود، درصد فراوانی نسبی در دستهٔ وسط داده‌های جدید کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۴)



۱) ۲۳ ۲) ۲۴
۳) ۲۵ ۴) ۲۶

۶۶. در نمودار چندبر فراوانی، درصد فراوانی نسبی ۴۵۰ دادهٔ آماری پیوسته، دو نقطهٔ متوالی (۲۳،۱۷) و (۲۷،۱۸) از روی جدول رسم شده است. چند داده در دستهٔ [۲۵،۲۹) قرار دارند؟

۱) ۸۱ ۲) ۸۶ ۳) ۹۰ ۴) ۹۶

قسمت سوم: معیارهای گرایش به مرکز

میانگین

۶۷. میانگین داده‌های مقابل، کدام است؟ ۲۷،۲۶،۲۵،۲۴،۲۸،۲۳،۲۹،۲۵،۲۷،۲۹

۱) ۲۵/۹ ۲) ۲۶/۳ ۳) ۲۶/۷ ۴) ۲۶/۹

۶۸.☆ اگر میانگین داده‌های a، a، a، a و a+1 برابر $\frac{3a}{2}$ باشد، میانگین داده‌های a، a+1، a+2، a+3 و a+4 کدام است؟

۱) $\frac{12}{5}$ ۲) $\frac{9}{2}$ ۳) $\frac{7}{2}$ ۴) $\frac{7}{2}a$

۶۹.☆ میانگین ۹ دادهٔ آماری ۱۲ و میانگین ۱۶ دادهٔ آماری دیگر ۱۷ می‌باشد. میانگین این ۲۵ دادهٔ آماری کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۵/۲ ۳) ۱۵/۴ ۴) ۱۵/۶

۷۰. میانگین ۱۸ دادهٔ آماری ۲۱ است. اگر سه دادهٔ ۱۹، ۱۹ و ۱۰ را از بین آن‌ها حذف کنیم، میانگین ۱۵ دادهٔ باقی‌مانده کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۱/۸ ۳) ۲۱/۵ ۴) ۲۱

۷۱. میانگین ۳۰ دادهٔ آماری برابر ۱۴ می‌باشد. چه تعداد داده با میانگین ۱۵ از بین آن‌ها حذف کنیم تا میانگین داده‌های باقی‌مانده ۱۳/۷۵ شود؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۷۲.☆ اگر میانگین داده‌های x_1، x_2، x_3 و x_4 برابر $\bar{X}$ باشد، میانگین داده‌های x_1+2x_2، x_2+2x_3، x_3+2x_4 و x_4+2x_1 کدام است؟

۱) $4\bar{X}$ ۲) $3\bar{X}$ ۳) $2\bar{X}$ ۴) $\bar{X}$

۷۳.★ میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل را سه برابر کرده‌ایم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور)

۱) ۴۵ ۲) ۷۰ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۵۹

۷۴. اگر میانگین داده‌های $2x_i+1 : i=1,2,\cdots,n$ برابر ۲۵ باشد، میانگین داده‌های $y_i=4x_i+1 : i=1,2,\cdots,n$ کدام است؟

۱) ۵۰ ۲) ۴۸ ۳) ۴۷ ۴) ۴۹

میانگین از روی جدول

۷۵.★ در جدول فراوانی مقابل، میانگین داده‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی- ۹۲)

مرکز	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی	۸	۱۶	۲۰	۲۴	۱۲

۱) ۹/۲ ۲) ۹/۳
۳) ۹/۴ ۴) ۹/۵

۷۶.★ میانگین ۵۰ دادهٔ دسته‌بندی‌شدهٔ مقابل کدام است؟ (سراسری تجربی- ۹۱)

x	۱۱۰	۱۱۶	۱۲۲	۱۲۸	۱۳۴
f	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

۱) ۱۲۳/۶۲ ۲) ۱۲۳/۶۸
۳) ۱۲۴/۰۲ ۴) ۱۲۴/۰۶

۷۷. نمرات ریاضی ۴۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. میانگین وزنی نمرات، کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۸)

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

۱) ۱۴/۲ ۲) ۱۴/۲۵
۳) ۱۴/۴ ۴) ۱۴/۷۵

۷۸. میانگین داده‌های جدول مقابل کدام است؟ (سراسری تجربی)

حدود دسته	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰
فراوانی	۲	۴	۳	۱

۱) ۵/۲ ۲) ۵/۴
۳) ۵/۵ ۴) ۵/۶

۷۹.☆ اگر میانگین داده‌ها در جدول فراوانی زیر، ۱۸ باشد، درصد فراوانی نسبی این داده‌ها در بازهٔ (۲۴/۵ , ۱۹/۵]، کدام است؟ (سراسری تجربی - ۹۷)

مرکز دسته	۷	۱۲	۱۷	۲۲	۲۷
فراوانی	۲	۵	۸	a	۴

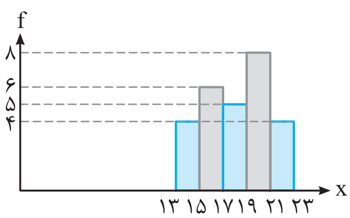
۱) ۲۰ ۲) ۲۴
۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۸۰. اگر داده‌های جدول فراوانی مقابل را ابتدا سه برابر و سپس ۲ واحد از آن کم کنیم، میانگین داده‌های حاصل ۴۰ می‌شود. a کدام است؟

حدود دسته	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	۱۴-۱۶	۱۶-۱۸
فراوانی	۵	a	۴	۶

۱) ۴ ۲) ۵
۳) ۶ ۴) ۷

۸۱.☆ با حذف دو دادهٔ ۱۸ و ۲۲ از نمودار بافت نگاشت مقابل، میانگین داده‌های باقی‌مانده کدام است؟



۱) ۱۷/۸
۲) ۱۸
۳) ۱۸/۵
۴) ۱۹

۸۲. میانگین ۴ درس یک دانش‌آموز هر کدام با ضریب ۱، برابر ۱۵/۵ است. نمرهٔ درس پنجم وی که با ضریب ۲ منظور می‌گردد، چه عددی باشد تا میانگین ۵ درس او ۱۶/۵ گردد؟ (سراسری ریاضی)

۱) ۱۸/۲۵ ۲) ۱۸/۵ ۳) ۱۸/۷۵ ۴) ۱۹

۸۳.☆ نمرهٔ کل آزمون عمومی یک داوطلب مطابق جدول زیر ۵۸ درصد است. نمرهٔ زبان انگلیسی او چند درصد است؟ (سراسری تجربی)

درس	ادبیات فارسی	عربی	معارف اسلامی	زبان انگلیسی
ضریب	۴	۲	۳	۲
درصد	۶۵	۵۲	۷۰	؟

۱) ۳۱
۲) ۳۲
۳) ۳۳
۴) ۳۴

۸۴.☆ جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی‌شده را مشخص می‌کند. فراوانی نسبی دستهٔ چهارم کدام است؟

انحراف از میانگین	-۳	-۱	۱	۳	۵
فراوانی	۵	۷	۴	x	۳

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۱
۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۲

۸۵.★ در جدول فراوانی، میانگین داده‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۲)

حدود دسته	۱۳-۱۷	۱۷-۲۱	۲۱-۲۵	۲۵-۲۹	۲۹-۳۳
فراوانی	۳	۴	۵	۲	۱

۱) ۲۱/۴ ۲) ۲۱/۶
۳) ۲۱/۷ ۴) ۲۱/۸

۸۶.★ داده‌های آماری در ۴ دسته با درصد فراوانی نسبی آن‌ها بیان شده است. میانگین این داده‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۱)

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
درصد فراوانی نسبی	۱۵	۳۰	۲۵	a

۱) ۱۶/۵ ۲) ۱۶/۸
۳) ۱۴ ۴) ۱۷/۱

۸۷. در جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی‌شدهٔ زیر، اگر به تمام داده‌ها ۱/۵ واحد اضافه شود، میانگین داده‌های جدید برابر ۱۰ می‌شود. فراوانی دستهٔ سوم کدام است؟ (سراسری تجربی- ۸۹)

حدود دسته	۱−۵	۵−۹	۹−۱۳	۱۳−۱۷
فراوانی	۴	۵	a	۳

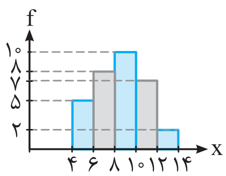
۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۸۸.★ جدول مقابل مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی‌شده را مشخص می‌کند. فراوانی در دستهٔ ششم چقدر است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۵)

انحراف از میانگین	−۴	−۲	−۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

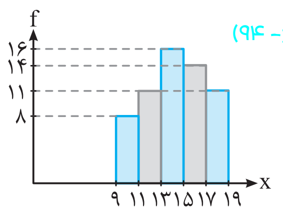
۱) ۱۴
۲) ۱۵
۳) ۱۶
۴) ۱۷

۸۹.★ با توجه به نمودار بافت‌نگاشت روبه‌رو، میانگین کل داده‌ها کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۵)



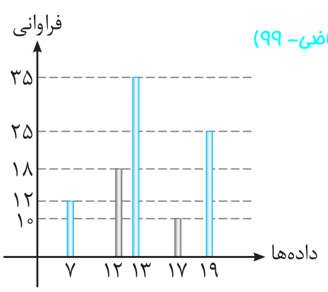
۱) ۸/۴۲
۲) ۸/۵۶
۳) ۸/۶۵
۴) ۸/۷۵

۹۰. با توجه به نمودار بافت‌نگاشت روبه‌رو، میانگین داده‌های آماری کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۴)



۱) ۱۴/۲
۲) ۱۴/۳
۳) ۱۴/۴
۴) ۱۴/۵

۹۱.★ با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمّی گسسته، میانگین کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۹)



۱) ۱۳
۲) ۱۳/۸
۳) ۱۴
۴) ۱۴/۲

میانه، چارک‌ها و مُد

۹۲.☆ در یک امتحان ریاضی، نمرات ۱۵ دانش‌آموز به‌صورت زیر است. میانهٔ این نمرات کدام است؟

۴,۷,۷,۳,۱۲,۱۱,۱۷,۱۵,۱۴,۱۷,۱۹,۱۴,۱۰,۹,۵

۱) ۱۰
۲) ۱۰/۵
۳) ۱۱
۴) ۱۱/۵

۹۳. اگر میانگین ۹ عدد ۲۰، ۹، ۱۸، ۱۶، ۱۱، ۱۴، ۱۰، ۷ و a، برابر ۱۳ باشد، میانهٔ آن‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۷)

۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۴

۹۴.☆ در داده‌های آماری ۲۳، ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۱، ۹، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱۹، ۲۱، ۷، ۸، ۲۰ و ۱۸، حاصل $Q_3 - Q_1$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

۹۵.★ نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به‌صورت زیر است، مقدار $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۸)

۱۱/۵ , ۱۲/۸ , ۱۳/۵ , ۱۱/۲ , ۱۲/۳ , ۱۰/۶ , ۱۱/۹ , ۱۰/۶ , ۳۰/۲ , ۱۲/۷

۱) ۰/۲۲۵ −
۲) ۰/۱۲۵ −
۳) ۰/۱۷۵
۴) ۰/۲۷۵

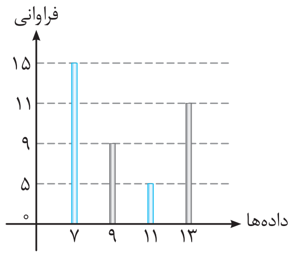
۹۶.★ نمرات آمار ۵۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین وزنی نمرات از میانهٔ آن‌ها، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۸)

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۸
f	۶	۹	۱۰	۱۲	۸	۵

۱) ۰/۲۸
۲) ۰/۳۲
۳) ۰/۳۶
۴) ۰/۳۸

۹۷. با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمّی گسسته، تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۹)



۱) ۰/۳
۲) ۰/۴
۳) ۰/۵
۴) ۰/۶

☆۹۸. در داده‌های ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴، ۱۸، ۲۰ و ۲۵، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۵)

۱) ۱۸/۲۵ ۲) ۱۸/۳۳
۳) ۱۸/۶۶ ۴) ۱۸/۷۵

۹۹. در یک نمونه‌گیری از ۱۰۰۰ اتومبیل در حال حرکت از نظر تعداد سرنشینان، جدول زیر تنظیم شده است. اختلاف میانگین سرنشینان از مُد کدام است؟

تعداد سرنشینان	۱	۲	۳	۴	۵
فراوانی نسبی	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲۵	۰/۳	۰/۱

۱) صفر ۲) ۰/۵
۳) ۰/۷۵ ۴) ۱

★۱۰۰. در مجموعهٔ اعداد {۶۳,۷۰,۶۶,۵۰,۷۷,۶۵,۶۴,x}، به ازای کدام مقدار x ، شاخص‌های میانگین، مد و میانه با هم برابرند؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۳)

۱) ۶۴ ۲) ۶۵ ۳) ۶۶ ۴) نشدنی

قسمت چهارم: معیارهای پراکندگی

واریانس و انحراف معیار

☆۱۰۱. با حذف مُد از داده‌های ۱۱، ۹، ۱۴، ۱۰، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۴، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸ و ۷، واریانس داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

۱۰۲. واریانس داده‌های آماری دسته‌بندی‌شده در جدول مقابل، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۷)

مرکز دسته	۱	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۲	۷	۳	۵	۳

۱) ۵/۴ ۲) ۵/۶
۳) ۶/۲ ۴) ۶/۴

★۱۰۳. در جدول فراوانی مقابل، واریانس داده‌ها کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۰)

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

۱) ۱۱/۷۲ ۲) ۱۱/۹۶
۳) ۱۲/۲۴ ۴) ۱۲/۳۶

۱۰۴. اگر میانگین داده‌های دسته‌بندی‌شده، برابر ۱۶ باشد، با تعیین فراوانی دستهٔ چهارم، مقدار واریانس کدام است؟

(سراسری ریاضی- ۹۴)

نمایندهٔ دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی	۵	۷	۱۰	a	۳

۱) ۴/۸۵ ۲) ۴/۹۲
۳) ۵/۵۵ ۴) ۵/۷۴

★۱۰۵. در جدول فراوانی داده‌های زیر، مقدار میانه برابر ۱۳/۵ و اختلاف چارک اول از سوم ۱۷ است. به هر یک از داده‌های جدول ۴ واحد اضافه می‌کنیم. واریانس جدول جدید، کدام است؟

(سراسری ریاضی- ۱۴۰۰)

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۱	a
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۵	۱

۱) ۷۱ ۲) ۷۱/۵
۳) ۷۲ ۴) ۷۲/۵

۱۰۶. جدول فراوانی داده‌های زیر مفروض است. اگر مقدار میانه برابر ۱۳ باشد، واریانس داده‌ها، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۱۴۰۰)

داده	۸	۱۲	۱۳	۱۴	۲۶	۲۷	۲۸	a
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۱	۱	۵	۱

۱) ۵۴/۸۶ ۲) ۵۵/۰۳
۳) ۵۵/۳۶ ۴) ۵۵/۶۳

۱۰۷. در داده‌هایی با جدول فراوانی زیر، اگر واریانس برابر ۶ باشد، فراوانی دستهٔ سوم کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۹)

حدود دسته	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۳	۱۳-۱۵
فراوانی	۳	۲	a	۶	۱

۱) ۴ ۲) ۵
۳) ۶ ۴) ۷

۱۰۸. جدول روبه‌رو فراوانی نسبی داده‌های دسته‌بندی‌شده است. با تعیین α ، مقدار واریانس کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۳)

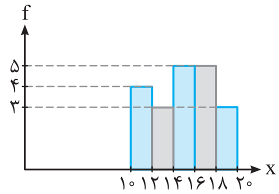
مرکز دسته	۸	۱۲	۱۶	۲۰
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۲۵	۰/۲	α

۱) ۱۶/۵ ۲) ۱۶/۸
۳) ۱۷/۲ ۴) ۱۷/۶

۱۰۹. اگر میانگین و واریانس داده‌های a، $a+۲$، $a+۴$ و $a+۶$ برابر باشند، واریانس داده‌های a، $۲a$، $۳a$، $۴a$ و $۵a$ کدام است؟

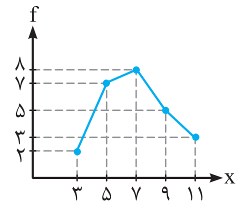
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۱۱۰. با توجه به نمودار بافت نگاشت مقابل، واریانس تمام داده‌ها، کدام است؟



۱) ۷/۲
۲) ۷/۴
۳) ۷/۶
۴) ۷/۸

۱۱۱. با توجه به نمودار چندبر فراوانی مقابل، واریانس کل داده‌ها کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۵)



۱) ۴/۵
۲) ۴/۸
۳) ۴/۹۲
۴) ۵/۱۲

۱۱۲. اگر انحراف معیار داده‌های $a-۱$ ، b ، $c+۲$ ، d و ۱۸ برابر صفر باشد، میانگین داده‌های a ، $b+۱$ ، c ، $d-۴$ و ۱۹ کدام است؟

۱) ۱۸/۱ ۲) ۱۷/۸ ۳) ۱۷/۴ ۴) ۱۷/۳

۱۱۳. واریانس ۱۱ دادهٔ آماری صفر است. اگر داده‌های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن‌ها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند. انحراف معیار ۱۴ دادهٔ حاصل کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۱)

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

۱۱۴. ۸ دادهٔ آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است. اگر دو دادهٔ ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها اضافه شود، واریانس ۱۰ دادهٔ حاصل کدام است؟ (سراسری تجربی)

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۴/۸ ۴) ۵

۱۱۵. در ۲۵ دادهٔ آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۵، ۱۰، ۴۵ و ۵۰ از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده، کدام است؟ (سراسری تجربی- ۹۳)

۱) ۱۴/۷۲ ۲) ۱۴/۸۱ ۳) ۱۵/۳۳ ۴) ۱۶/۶۶

۱۱۶. میانگین و انحراف معیار ۱۸ دادهٔ آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شوند، واریانس ۲۱ دادهٔ جدید کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۳)

۱) ۹/۲۵ ۲) ۹/۳۶ ۳) ۹/۵۲ ۴) ۹/۶۳

۱۱۷. انحراف معیار ۲۶ دادهٔ آماری برابر ۲ می‌باشد. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است، از بین آنان حذف شود، واریانس ۲۵ دادهٔ دیگر کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۷)

۱) ۳/۹۶ ۲) ۴/۰۸ ۳) ۴/۱۲ ۴) ۴/۱۶

۱۱۸. یک جامعه با اندازهٔ ۱۲ و واریانس ۱۲/۶، با جامعهٔ دیگر به اندازهٔ ۲۴ و واریانس ۷/۲، تشکیل جامعهٔ جدیدی داده‌اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد، انحراف معیار جامعهٔ جدید کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۶)

۱) ۲/۹ ۲) ۳ ۳) ۳/۱ ۴) ۳/۲

ضریب تغییرات

۱۱۹. ضریب تغییرات داده‌های آماری به‌صورت زیر، کدام است؟ (سراسری تجربی- ۹۹)

داده : ۱۰,۱۰,۱۰,۱۰,۱۰,۱۱,۱۱,۱۱,۱۱,۱۴,۱۴,۱۴,۱۴,۱۴,۱۴,۱۴

۱) ۰/۱۲ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۱۷ ۴) ۰/۱۸

۱۲۰. داده‌های آماری ۵,۷,۸,۸,۸,۱۰و۱۰ مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ $(\sqrt{\frac{۲}{۷}} \cong ۰/۵۳۴)$ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۹)

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۲۰ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۳۰

۱۲۱. ضریب تغییرات داده‌ها در جدول فراوانی کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۹)

x_i	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
f_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

۱) ۰/۰۸ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۲۵

☆۱۲۲. با توجه به جدول آماری دسته‌بندی‌شدهٔ روبه‌رو، مقدار ضریب تغییرات داده‌های x تقریباً کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۳)

$x-44$	-۳	-۱	۱	۳	۵
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۰۸
۳) ۰/۱ ۴) ۰/۲

☆۱۲۳. ضریب تغییرات در تعدادی دادهٔ آماری ۰/۰۸ محاسبه شده است. اگر به هر دادهٔ مفروض ۵ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل ۰/۰۷۵ خواهد شد. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

۱) ۵۶ ۲) ۶۴ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۱۲۴. میانگین و انحراف معیار ۵۰ دادهٔ آماری به ترتیب ۳ و ۱ می‌باشند. اگر داده‌ها را دو برابر کرده و سپس یک واحد از آن‌ها کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۲

☆۱۲۵. در ۶۰ دادهٔ آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱/۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟ (سراسری تجربی- ۸۵)

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

۱۲۶. در داده‌های آماری با میانگین $\overline{X}$ و انحراف معیار σ، اگر به هر یک از داده‌ها، مقدار $\overline{X}$ را اضافه کنیم تا داده‌های جدید حاصل شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟ (سراسری تجربی- ۸۶)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

★۱۲۷. اگر ۲۰ دادهٔ آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۱/۵ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۸۶)

۱) ۲۱۰ ۲) ۲۸۰ ۳) ۳۵۰ ۴) ۴۲۰

۱۲۸. در n دادهٔ آماری x_i : $i=۱,۲,\cdots,n$، ضریب تغییرات برابر ۱/۲ محاسبه شده است. میانگین داده‌های مفروض را به هر یک از آنان اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات در داده‌های جدید کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۵)

۱) ۰/۶ ۲) ۱ ۳) ۱/۲ ۴) ۲/۴

★۱۲۹. در ۱۵۰ دادهٔ آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدید حاصل شوند. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟ (سراسری تجربی- ۹۲)

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۷}{۸}$ ۴) $\frac{۸}{۹}$

★۱۳۰. داده‌های $x_i=۱,۲,۳,۴,۵$ مفروض هستند. ضریب تغییرات داده‌های $u_i=۱۲x_i+۶$ کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۵)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۴۸ ۳) ۰/۵۲ ۴) ۰/۶

★۱۳۱. نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت مقابل است: $A:۱۵,۱۴,۱۵,۱۶,۱۷,۱۹$ ، $B:۱۶,۱۴,۱۷,۱۴,۱۷,۱۸$
دقت عمل کدام بیش‌تر است؟ (سراسری ریاضی- ۹۳)

۱) A ۲) B ۳) یکسان ۴) غیر قابل پیش‌بینی

۱۳۲. نمرات مهارت برای کارگر (A): ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳ و ۱۲ و برای کارگر (B): ۱۶/۵، ۱۶، ۱۵/۵، ۱۳ و ۱۱/۵ بوده است. دقت عمل کدام بیش‌تر است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۸)

۱) A ۲) B ۳) یکسان ۴) اظهارنظر نمی‌توان کرد.

★۱۳۳. دستگاه A کالایی با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف معیار ۳/۶ و دستگاه B همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف معیار ۳/۸۴، بسته‌بندی می‌کنند. دقت عمل کدام، پیرامون میانگین با اطمینان بیش‌تر است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۵)

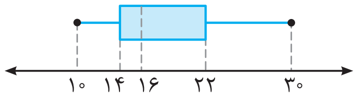
۱) یکسان ۲) A ۳) B ۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۳۴. در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت‌پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می‌باشد. کدام گروه بهتر است؟ (سراسری تجربی- ۹۸)

۱) گروه اول ۲) گروه دوم ۳) یکسان ۴) اظهارنظر نمی‌توان کرد.

نمودار جعبه‌ای

☆۱۳۵. با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل، حاصل $\frac{Q_1+Q_3}{Q_2}$ کدام است؟



۱) ۲/۲۵ ۲) ۲
۳) ۱/۲۵ ۴) ۰/۵

☆۱۳۶. در داده‌های آماری ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۱، ۹، ۸، ۸، ۶، ۶، ۴، ۳ و ۳، داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم را حذف کنید. ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۱۷ ۳) ۰/۲۱ ۴) ۰/۲۵

☆۱۳۷. در نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۲۳، ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۱، ۹، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱۹، ۲۱، ۷، ۸، ۲۰ و ۱۸، دامنهٔ تغییرات داده‌های روی و داخل جعبه کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

☆۱۳۸. در نمودار جعبه‌ای ۱۹ دادهٔ آماری، میانگین دنباله‌های سمت چپ و سمت راست به ترتیب ۱۱ و ۱۷/۵ و میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۱۵/۲ می‌باشد. میانگین این داده‌ها کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۷ و مشابه سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۵)

۱) ۱۴/۷ ۲) ۱۴/۸ ۳) ۱۴/۹ ۴) ۱۵/۱

★۱۳۹. در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها ۲۷/۵ باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟ (سراسری ریاضی- ۹۰)

۱) ۲۹/۵ ۲) ۲۸/۵ ۳) ۲۹ ۴) ۲۸

۱۴۰. در داده‌های آماری ۱۹,۱۸,۱۷,۱۷,۱۴,۱۶,۱۵,۱۳,۱۴,۱۳,۱۲,۱۵,۱۹,۱۴,۱۶، دامنهٔ میان چارکی کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۴

★۱۴۱. اگر داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸ و ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱) ۱/۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۱/۳ (سراسری تجربی- ۸۸)

۱۴۲. داده‌های آماری ۱۸، ۷، ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۲۱، ۱۲ و ۱۳ را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۰)

۱) ۴/۵۹ ۲) ۴/۹۵ ۳) ۵/۲۴ ۴) ۵/۷۱

★۱۴۳. میزان بارندگی یک استان در ۱۰ سال گذشته به‌صورت زیر است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۸)

۵۹,۳۹,۵۶,۴۶,۵۰,۵۴,۳۷,۴۲,۵۷,۳۲

۱) ۰/۰۷ ۲) ۰/۰۹
۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۵

آزمون فصل اول

۱۴۴. مراحل زندگی چه نوع متغیری است؟

۱) کمّی گسسته ۲) کمّی پیوسته ۳) کیفی ترتیبی ۴) کیفی اسمی

۱۴۵. ۱۵۰ دادهٔ آماری را که بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها به ترتیب ۵۹ و ۲۳ است را در ۹ دسته با طول یکسان دسته‌بندی کرده‌ایم. مرکز دستهٔ وسط کدام است؟

۱) ۴۱ ۲) ۴۱/۵ ۳) ۴۲ ۴) ۴۲/۵

۱۴۶. در جدول فراوانی نسبی زیر، اگر نمودار دایره‌ای داده‌ها را رسم کنیم، زاویهٔ مربوط به دادهٔ هفده کدام است؟

داده‌ها	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸	۲۰
فراوانی نسبی	۰/۲	۰/۱	α	۰/۳	۰/۱۲

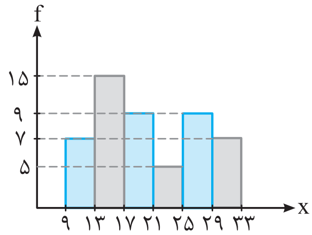
۱) ۹۸° ۲) $۹۸/۴^\circ$
۳) ۱۰۲° ۴) $۱۰۰/۸^\circ$

۱۴۷. میانگین ۵۰ دادهٔ آماری جدول فراوانی مقابل، کدام است؟

x	۲۱	۲۲	۲۵	۲۶	۲۷	۳۰
f	۸	۹	۷	۱۴	۷	۹

۱) ۲۵/۲۵
۲) ۲۵/۳۷۵
۳) ۲۵/۶
۴) ۲۵/۷۲۵

۱۴۸. با توجه به نمودار بافت‌نگاشت روبه‌رو، ابتدا دو دادهٔ ۱۷ و ۱۲ را حذف می‌کنیم و سپس ۵ واحد به داده‌ها اضافه می‌کنیم. میانگین داده‌های جدید کدام است؟



۱) ۲۰/۱۲
۲) ۲۰/۳۶
۳) ۲۰/۵۴
۴) ۲۱

۱۴۹. داده‌های زیر دوبه‌دو متمایز داده‌های کمی گسسته‌اند. اگر چارک سوم a باشد، حاصل $\frac{Q_1+2Q_3}{Q_2-Q_1}$ کدام است؟

۹,۱۲,۱۴,۱۹,۲۶,۲۸,۲۴,۱۶,۱۳,۱۱,۱۰,۱۸,۲۲,a,۱۷

۱) ۱۱/۶ ۲) ۱۱/۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۲/۲

۱۵۰. در مجموعهٔ اعداد $\{۴۸,۵۱,۵۲,۵۴,۵۵,x\}$، به ازای کدام مقدار x، شاخص‌های میانگین، میانه و مد با هم برابرند؟

۱) ۵۱ ۲) ۵۲ ۳) ۵۴ ۴) نشدنی

۱۵۱. واریانس داده‌های آماری جدول مقابل، کدام است؟

داده	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۴
فراوانی	۴	۳	۵	۵	۳

۱) ۸/۴
۲) ۸/۶
۳) ۸/۸
۴) ۹

۱۵۲. میانگین و انحراف معیار ۲۳ دادهٔ آماری به ترتیب ۱۷ و ۳ است. اگر داده‌های ۱۸ و ۱۸ و ۱۵ از بین آن‌ها حذف شود، واریانس ۲۰ دادهٔ باقی‌مانده کدام است؟

۱) ۹/۹ ۲) ۹/۹۸ ۳) ۱۰/۰۱ ۴) ۱۰/۰۵

۱۵۳. در ۵۰ دادهٔ آماری، مجموع داده‌ها برابر ۶۰۰ و واریانس داده‌ها برابر ۱/۴۴ است. اگر داده‌ها را سه برابر کنیم و سپس ۴ واحد به آن اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

۱) ۰/۰۹ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۵

۱۵۴. دو دوندهٔ A و B، در ۵ مرحله، مسافت ۴۰۰ متری را دویده‌اند. زمان‌های طی شده توسط آن‌ها به‌صورت زیر است:

B : ۴۴,۴۴,۴۵,۴۶,۴۶
A : ۴۱,۴۳,۴۳,۴۵,۴۳

عملکرد کدام‌یک با نوسان کم‌تر است؟

۱) نمی‌توان اظهارنظر کرد. ۲) هر دو یکسان ۳) A ۴) B

۱۵۵. در نمودار جعبه‌ای ۴۰ دادهٔ آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه، ۱۸ و ۲۴ است. اگر میانگین تمام داده‌ها برابر ۲۲ باشد، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱) ۲۲/۵ ۲) ۲۲/۸ ۳) ۲۳ ۴) ۲۳/۵

پاسخ فصل ۱ آمار توصیفی

۱ ۱ ۲ **۳** ۴

نکته: آمار مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است، درصورتی‌که علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی، نمایش و ... می‌باشد.

۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

نکته: علم آمار از چهار مرحله تشکیل شده است که به ترتیب عبارتند از: ۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام ۲) سازماندهی و نمایش ۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها ۴) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی

بنابراین اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع‌آوری اعداد و ارقام است.

۳ ۱ ۲ **۳** ۴

نکته: مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که دربارهٔ یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت گیرد، جامعه یا جمعیت نامیده می‌شود و هر یک از این افراد یا اشیاء را عضو جامعه می‌نامند.
به تعداد اعضای جامعه، اندازه یا حجم جامعه گویند.
به مطالعهٔ تمام اعضای جامعه سرشماری می‌گوییم.
بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب می‌شود را نمونه می‌گوییم.
تعداد اعضای نمونه را اندازهٔ نمونه یا حجم نمونه گویند.

در سرشماری تمام جامعه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴ ۱ **۲** ۳ ۴

نمونه بخشی از جامعه است، بنابراین نمونه زیرمجموعه‌ای از جامعهٔ آماری است و نه برعکس.

۵ ۱ ۲ **۳** ۴

نکته: متغیری که قابل اندازه‌گیری باشد را متغیر کمّی می‌گوییم و در غیر این‌صورت، متغیر را کیفی می‌گوییم. متغیر کمّی به دو دستهٔ کمّی پیوسته و کمّی گسسته تقسیم می‌شود. متغیری که اگر دو مقدار a و b را اختیار کند، هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند، متغیر کمّی پیوسته می‌گوییم و در غیر این‌صورت متغیر کمّی گسسته می‌نامیم. متغیر کمّی گسسته معمولاً از نوع تعداد است. متغیر کیفی به دو دستهٔ کیفی ترتیبی و اسمی دسته‌بندی می‌شود. متغیر کیفی که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد را متغیر کیفی ترتیبی و در غیر این صورت متغیر کیفی اسمی می‌نامیم.

در متغیرهای «مراحل کشت گیاه»، «ماه تولد» و «میزان تحصیلات» نوعی ترتیب طبیعی وجود دارد. اما در متغیر رشتهٔ تحصیلی ترتیب طبیعی وجود ندارد.

۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

گروه خونی متغیر کیفی اسمی، جمعیت متغیر کمی گسسته، وزن متغیر کمی پیوسته و مراحل زندگی (نوزادی، کودکی، نوجوانی و ...) متغیر کیفی ترتیبی است.

۷ ۱ ۲ **۳** ۴

نوع آلاینده‌ها (کربن مونوکسید، کربن‌دی‌اکسید، ذرات معلق و ...)، متغیر کیفی اسمی است.

۸ ۱ **۲** ۳ ۴

میزان آلودگی هوا، برحسب عدد است و هر عددی (اعشاری و غیراعشاری) می‌تواند اختیار کند. بنابراین متغیر کمّی پیوسته است.

۹ **۱** ۲ ۳ ۴

گروه خونی افراد که نوع آن‌ها A، B، O و AB می‌باشد یک متغیر غیرقابل اندازه‌گیری و غیرترتیبی است. پس گروه خونی از نوع متغیر کیفی اسمی است.

۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

در مراحل تحصیلی که عبارت‌اند از: پیش دبستان، دبستان، متوسطهٔ اول، متوسطهٔ دوم، دانشگاه و ...، یک ترتیب طبیعی وجود دارد. پس این متغیر از نوع کیفی ترتیبی است.

۱۱ ۱ **۲** ۳ ۴

شمارهٔ صندلی بر حسب اعداد غیراعشاری بیان می‌شوند، بنابراین متغیر کمّی گسسته می‌باشد.

۱۲ **۱** ۲ ۳ ۴

نکته: شاخص تودهٔ بدن قابل اندازه‌گیری از فرمول $\frac{W}{H^2}$ است.

این عدد می‌تواند صحیح و یا اعشاری باشد، بنابراین شاخص تودهٔ بدن، متغیر کمّی پیوسته است.

۱۳ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\text{شاخص تودهٔ بدن} = \frac{\text{وزن برحسب کیلوگرم}}{\text{مربع قد برحسب متر}} = \frac{۶۰}{(۱/۶)^۲} = \frac{۶۰}{۲/۵۶}$$
$$= ۲۳/۴۳۷۵ \simeq ۲۳/۴۴$$

۱۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\text{شاخص تودهٔ بدن} = \frac{W}{H^۲} \Rightarrow ۲۰ = \frac{W}{(۱/۷)^۲}$$
$$\Rightarrow W = ۲۰ \times (۱/۷)^۲ = ۲۰ \times ۲/۸۹ = ۵۷/۸$$

۱۵ **۱** ۲ ۳ ۴

نکته: تعداد دفعاتی که هر داده مشاهده می‌شود را **فراوانی** آن داده می‌گویند. فراوانی دادهٔ x_i را با نماد f_i نشان می‌دهیم.
با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به‌دست می‌آید.
مجموع تمام فراوانی‌های نسبی برابر ۱ می‌باشد.

اگر f، فراوانی داده و n، تعداد کل داده‌ها باشد، آن‌گاه:

$$۰/۲۵ = \frac{f}{n} \xrightarrow[۰/۲۵=\frac{۱}{۴}]{f=۱۹} \frac{۱}{۴} = \frac{۱۹}{n} \Rightarrow n = ۴ \times ۱۹ = ۷۶$$

۱۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

فراوانی نسبی دستهٔ اول با فراوانی f_1 و تعداد کل داده‌های n برابر $\frac{f_1}{n}$ می‌باشد. داریم:

$$f_1 = ۲x + ۱ \,,\, n = ۱۶x + ۲ \,,\, \text{فراوانی نسبی} = ۰/۱۴$$

$$\Rightarrow ۰/۱۴ = \frac{۲x+۱}{۱۶x+۲} \Rightarrow \frac{۱۴}{۱۰۰} = \frac{۷}{۵۰} = \frac{۲x+۱}{۱۶x+۲}$$

$$\Rightarrow ۷(۱۶x+۲) = ۵۰(۲x+۱) \Rightarrow ۱۱۲x + ۱۴ = ۱۰۰x + ۵۰$$

$$\Rightarrow ۱۲x = ۳۶ \Rightarrow x = ۳$$

بنابراین فراوانی دستهٔ اول برابر $f_1 = ۲x + ۱ = ۷$ می‌باشد.

۱۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

مجموع تمام فراوانی‌های نسبی برابر ۱ است. پس:

$$۰/۳ + ۰/۴ + ۰/۲ + x = ۱ \Rightarrow ۰/۹ + x = ۱ \Rightarrow x = ۰/۱$$

فراوانی کل برابر $n = ۸۰$ و فراوانی نسبی گروه خونی O برابر ۰/۱ است، بنابراین: $\text{فراوانی گروه خونی O} = ۰/۱ \times ۸۰ = ۸$

۱۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

تعداد دانش‌آموزان با وزن کم‌تر از ۵۰ کیلوگرم برابر $۸ + ۹ + ۱۲ + ۱۵ = ۴۴$ و تعداد کل دانش‌آموزان برابر $۸ + ۹ + ۱۲ + ۱۵ + ۶ + ۵ = ۵۵$ می‌باشد، بنابراین درصد دانش‌آموزان با وزن کم‌تر از ۵۰ کیلوگرم برابر $\frac{۴۴}{۵۵} \times ۱۰۰ = \frac{۴}{\cancel{۵}_{۱}} \times \cancel{۱۰۰}^{۲۰} = ۸۰$ می‌باشد.

۱۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

دامنهٔ تغییرات: اختلاف بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده را دامنهٔ تغییرات می‌گوییم. دامنهٔ تغییرات را با R نشان می‌دهیم. اگر a کوچک‌ترین و b بزرگ‌ترین داده باشد، آن‌گاه: $\mathbf{R = b - a}$

بزرگ‌ترین داده $b = ۱۹$ و کوچک‌ترین داده $a = ۱۰$ می‌باشد، بنابراین دامنهٔ تغییرات برابر $R = b - a = ۹$ می‌باشد.

۲۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: اگر داده‌ها را با مقدار ثابت b جمع کنیم، آن‌گاه دامنهٔ تغییرات داده‌های جدید، تغییری نمی‌کند. به عبارت دیگر اگر x_1، ... و x_n داده‌های آماری با دامنهٔ تغییرات R_x باشند، آن‌گاه دامنهٔ تغییرات داده‌های $x_1 + b$، ... و $x_n + b$ نیز برابر R_x است، در واقع $R_{x+b} = R_x$ می‌باشد.

نکته: اگر داده‌های آماری را در عدد ثابت a ضرب کنیم، آن‌گاه دامنهٔ تغییرات داده‌های جدید، برابر $|a|$ دامنهٔ تغییرات داده‌های اولیه خواهد شد. به عبارتی اگر R_x، دامنهٔ تغییرات داده‌های x_1، x_2، ... و x_n باشد، آن‌گاه دامنهٔ تغییرات داده‌های ax_1، ... و ax_n برابر $|a|R_x$ می‌باشد، یعنی $R_{ax} = |a|R_x$

دامنهٔ تغییرات داده‌های $۲x_i + ۵$، دو برابر دامنهٔ تغییرات داده‌های x_i می‌باشد (جمع عدد ثابت در دامنهٔ تغییرات تأثیری ندارد)، پس:

$$R_{۲x+۵} = ۲R_x \,,\, R_{۲x+۵} = ۶ \Rightarrow ۲R_x = ۶ \Rightarrow R_x = ۳$$

$$\Rightarrow R_{۵x-۳} = ۵R_x = ۵ \times ۳ = ۱۵$$

۲۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

طول دسته: اگر بخواهیم داده‌های آماری را در k دسته با طول یکسان طبقه‌بندی کنیم، آن‌گاه اگر طول دسته‌ها را با C نشان دهیم، داریم: $\mathbf{C = \frac{R}{k}}$

در ساختن دسته‌ها، به‌جز دستهٔ آخر، ابتدای تمام دسته‌ها را بسته و انتهای آن‌ها را باز در نظر می‌گیریم و در دستهٔ آخر، ابتدا و انتهای آن را بسته در نظر می‌گیریم.

در دسته‌بندی، داده‌هایی در یک دسته قرار می‌گیرند که از نظر اندازهٔ متغیر مورد مطالعه، تفاوت چندانی با هم ندارند، بنابراین داده‌هایی که در یک دسته قرار می‌گیرند، یکسان در نظر گرفته می‌شوند و مقدار مشترک آن‌ها را مرکز دسته می‌گوییم.

مرکز دسته: در دستهٔ $a \le x < b$، عدد $\frac{a+b}{۲}$ را مرکز این دسته می‌گوییم.

نکته: فاصلهٔ مرکز دسته از ابتدا و انتهای آن برابر است و این فاصله برابر نصف طول دسته است. بنابراین با داشتن مرکز دسته و طول دسته می‌توان دسته را مشخص کرد. برای این کار اگر مرکز دسته را با $\frac{C}{۲}$ جمع و تفریق کنیم، آن‌گاه انتها و ابتدای دسته مشخص می‌شود.

نکته: مرکز دسته‌ها تشکیل دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت C می‌دهند. اگر x_1 مرکز دستهٔ اول و C طول دسته باشد، آن‌گاه مرکز دستهٔ nاُم برابر $x_n = x_1 + (n-1)C$ می‌باشد.

مقدار مشترک داده‌ها در دستهٔ پنجم، همان مرکز دستهٔ پنجم است. ابتدا طول دسته‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$R = ۸۶ - ۶۵ = ۲۱ \,,\, k = ۷ \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{۲۱}{۷} = ۳$$

مرکز دستهٔ اول برابر $x_1 = ۶۵ + \frac{C}{۲} = ۶۵ + ۱/۵ = ۶۶/۵$ و مرکز دستهٔ پنجم برابر $x_5 = x_1 + ۴C = ۶۶/۵ + ۱۲ = ۷۸/۵$ می‌باشد.

۲۲ (۱) (۲) (۳) (۴)

اگر نصف طول دسته را به مرکز دسته اضافه و کم کنیم، حدود دسته به‌دست می‌آید:

$$C = ۶ \Rightarrow \frac{C}{۲} = ۳ \Rightarrow \text{حدود دستهٔ چهارم} : ۲۸ - ۳ \le x < ۲۸ + ۳$$

$$\Rightarrow \text{حدود دستهٔ چهارم} : ۲۵ \le x < ۳۱$$

۲۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

با توجه به دستهٔ اول که به‌صورت $۵ \le x < ۹$ می‌باشد، طول دسته برابر $C = ۹ - ۵ = ۴$ و مرکز دستهٔ اول برابر $x_1 = \frac{۵+۹}{۲} = ۷$ می‌باشد.

بنابراین مرکز دستهٔ دوازدهم برابر $x_{12} = x_1 + ۱۱C = ۷ + ۴۴ = ۵۱$ است.

۲۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

مرکز دستهٔ سوم برابر $x_3 = ۱۳$ و مرکز دستهٔ هفتم برابر $x_7 = x_3 + ۴C$ می‌باشد، داریم:

$$x_7 = ۲۵ \Rightarrow x_3 + ۴C = ۲۵ \Rightarrow ۱۳ + ۴C = ۲۵$$

$$\Rightarrow ۴C = ۱۲ \Rightarrow C = ۳$$

۲۵

دامنهٔ تغییرات $R = ۷۳ - ۱۹ = ۵۴$ می‌باشد. اگر طول دسته‌ها C باشد، آن‌گاه تعداد دسته‌ها برابر $k = C + ۳$ است و داریم:

$$R = Ck \Rightarrow ۵۴ = C(C+۳) \Rightarrow C(C+۳) = ۶ \times ۹ \Rightarrow C = ۶$$

کران پایین دستهٔ اول ۱۹ و طول دسته برابر ۶ می‌باشد، پس مرکز دستهٔ اول $x_۱ = ۱۹ + \frac{C}{۲} = ۲۲$ و در نتیجه مرکز دستهٔ هفتم برابر $x_۷ = x_۱ + ۶C = ۲۲ + ۳۶ = ۵۸$ می‌باشد.

۲۶

اگر طول دسته‌های اولیه برابر C باشد، آن‌گاه $k = ۹ \Rightarrow R = Ck = ۹C$

از طول دسته‌ها $\frac{۱}{۲}$ کم شده است و داده‌ها در ۱۰ دسته، دسته‌بندی شده‌اند:

$$C' = C - \frac{۱}{۲}\ ,\ k' = ۱۰ \Rightarrow R' = C'k' = (C - \frac{۱}{۲}) \times ۱۰ = ۱۰C - ۵$$

اما $R' = R$ می‌باشد، پس:

$$۹C = ۱۰C - ۵ \Rightarrow C = ۵ \Rightarrow R = ۹C = ۴۵$$

۲۷

دامنهٔ تغییرات برابر $R = ۴۷ - ۱۷ = ۳۰$ و تعداد دسته‌ها برابر $k = ۶$ است، بنابراین طول دسته‌ها برابر $C = \frac{R}{k} = \frac{۳۰}{۶} = ۵$ می‌باشد. چون تمام داده‌های اضافه‌شده از ۴۷ کوچک‌ترند، پس بزرگ‌ترین داده هم‌چنان ۴۷ می‌باشد. فرض کنیم کوچک‌ترین داده a باشد، در این صورت:

$$k' = ۷\ ,\ C' = C = ۵ \Rightarrow R' = C'k' = ۵ \times ۷ = ۳۵$$

$$\Rightarrow R' = ۴۷ - a = ۳۵ \Rightarrow a = ۱۲$$

۲۸

دامنهٔ تغییرات برابر $R = ۵۱ - ۱۱ = ۴۰$ و تعداد دسته‌ها برابر $k = ۱۰$ می‌باشد، بنابراین طول دسته‌ها برابر $C = \frac{R}{k} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$ می‌باشد. با توجه به این‌که داده‌های اضافه‌شده کوچک‌تر از ۵۱ و بزرگ‌تر از ۱۱ می‌باشند (تمام داده‌های اضافه‌شده بین ۳۵ و ۴۵ می‌باشند)، پس دامنهٔ تغییرات داده‌های جدید برابر $R' = ۵۱ - ۱۱ = ۴۰$ می‌باشد و داریم:

$$k' = ۸ \Rightarrow C' = \frac{R'}{k'} = \frac{۴۰}{۸} = ۵$$

بنابراین یک واحد به طول دسته‌ها اضافه می‌شود.

۲۹

نکته: اگر فراوانی نسبی داده‌ای را در ۱۰۰ ضرب کنیم، آن‌گاه درصد فراوانی نسبی آن داده به‌دست می‌آید.

تعداد اعضایی را که در دستهٔ iاُم قرار می‌گیرند، فراوانی دستهٔ iاُم می‌گوییم و آن را با f_i نشان می‌دهیم.

اگر f_i فراوانی دستهٔ iاُم و تعداد کل داده‌ها n باشد، کسر $\frac{f_i}{n}$ را فراوانی نسبی دستهٔ iاُم می‌گوییم.

نکته: اگر فراوانی نسبی دستهٔ iاُم را در ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد فراوانی نسبی دستهٔ iاُم به‌دست می‌آید.

در جدول فراوانی مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است.

در جدول درصد فراوانی نسبی، مجموع همهٔ آن‌ها برابر ۱۰۰ می‌باشد، پس:

$$۱۰ + ۱۵ + ۱۸ + x + ۲۰ + ۱۲ = ۱۰۰ \Rightarrow x + ۷۵ = ۱۰۰ \Rightarrow x = ۲۵$$

بنابراین ۲۵ درصد کل داده‌ها، یعنی $۰/۲۵ \times ۱۲۰ = ۳۰$ داده در دستهٔ چهارم قرار دارد.

۳۰

ابتدا دامنهٔ تغییرات داده‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$R = ۲۸ - ۱۰ = ۱۸\ ,\ k = ۶ \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{۱۸}{۶} = ۳$$

دسته‌ها به‌صورت زیر است:

$$[۱۰,۱۳),[۱۳,۱۶),[۱۶,۱۹),[۱۹,۲۲),\ldots$$

دستهٔ چهارم به‌صورت $۱۹ \leq x < ۲۲$ می‌باشد، فراوانی این دسته برابر ۴ و تعداد کل داده‌ها برابر ۲۵ است، بنابراین فراوانی نسبی این دسته $\frac{۴}{۲۵} = ۰/۱۶$ می‌باشد.

۳۱

فراوانی دستهٔ $[۱۰,۱۲)$ با مرکز $\frac{۱۰+۱۲}{۲} = ۱۱$ برابر x است. از تعریف فراوانی نسبی، مقدار x را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ وسط} = \frac{f_۳}{n} = \frac{x}{۹ + ۱۵ + x + ۱۰ + ۸} = \frac{x}{۴۲ + x} = \frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{۳}{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۱۰x = ۳(۴۲ + x) \Rightarrow ۱۰x = ۳ \times ۴۲ + ۳x$$

$$\Rightarrow ۷x = ۳ \times ۴۲ \Rightarrow x = \frac{۳ \times \cancel{۴۲}^{۶}}{\cancel{۷}_{۱}} = ۱۸$$

۳۲

دستهٔ دوم $[۲۴,۲۸)$ است پس طول دسته‌ها برابر $C = ۲۸ - ۲۴ = ۴$ می‌باشد. دسته‌ها به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\underbrace{[۲۰,۲۴),[۲۴,۲۸),\overset{\text{دستهٔ وسط}}{[۲۸,۳۲)}}_{\text{۵۵ درصد داده‌ها}},[۳۲,۳۶),\cdots$$

فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۱۵ است، بنابراین ۱۵ درصد داده‌ها در دستهٔ وسط قرار دارند. پس $۵۵ - ۱۵ = ۴۰$ درصد داده‌ها در سه دستهٔ اول قرار می‌گیرند که همگی آن‌ها از ۳۲ کم‌ترند، بنابراین تعداد داده‌های کوچک‌تر از ۳۲ برابر $۰/۴ \times n = ۰/۴ \times ۱۸۰ = ۷۲$ می‌باشد.

۳۳

ابتدا دسته‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$R = ۴۸ - ۲۷ = ۲۱\ ,\ k = ۷ \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{۲۱}{۷} = ۳$$

دسته‌ها به‌صورت زیر می‌باشند:

$$۲۷ - ۳۰, ۳۰ - ۳۳, ۳۳ - ۳۶, ۳۶ - ۳۹, ۳۹ - ۴۲, ۴۲ - ۴۵, ۴۵ - ۴۸$$

طبق فرض، ۲۸ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۶ و ۴۰ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۹ می‌باشند، بنابراین:

$$\underbrace{\overbrace{۲۷ - ۳۰, ۳۰ - ۳۳, ۳۳ - ۳۶}^{٪۲۸}, ۳۶ - ۳۹}_{٪۴۰},\cdots$$

پس $۴۰ - ۲۸ = ۱۲$ درصد داده‌ها در دستهٔ وسط قرار می‌گیرند. پس:

$$\text{فراوانی دستهٔ وسط} = ۰/۱۲ \times n \overset{n=۷۵}{=\!=} ۰/۱۲ \times ۷۵ = ۹$$

۳۴

با توجه به این‌که طبقهٔ اول به‌صورت $[۵,۹)$ می‌باشد، طول دسته‌ها برابر $C = ۹ - ۵ = ۴$ و در نتیجه دسته‌ها به‌صورت زیر می‌باشند:

$$[۵,۹),[۹,۱۳),[۱۳,۱۷),[۱۷,۲۱),[۲۱,۲۵),[۲۵,۲۹),[۲۹,۳۳]$$

فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۱۵ می‌باشد، پس:

$$n = ۶۰ \Rightarrow f_۴ = n \times ۰/۱۵ = ۶۰ \times ۰/۱۵ = ۹$$

$$\underbrace{[۵,۹),[۹,۱۳)}_{\text{۸ داده اضافه شده است.}},[۱۳,۱۷),[۱۷,۲۱),\underbrace{[۲۱,۲۵),\cdots}_{\text{۲۲ داده اضافه شده است.}}$$

۳۰ داده اضافه شده است که هیچ‌یک در دستهٔ وسط قرار نمی‌گیرند، بنابراین فراوانی دستهٔ وسط همان ۹ و تعداد کل داده‌ها برابر $۶۰ + ۳۰ = ۹۰$ است.
بنابراین:

$$\text{فراوانی نسبی جدید دستهٔ وسط} = \frac{۹}{۹۰} = ۰/۱$$

۳۵ ۱ ۲ **۳** ۴

فرض کنیم فراوانی اولیهٔ دستهٔ وسط برابر f باشد، در این صورت فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر $\frac{f}{۱۲۰}$ می‌باشد. با اضافه شدن ۳۰ دادهٔ جدید، تعداد کل داده‌ها $۱۲۰ + ۳۰ = ۱۵۰$ و با اضافه شدن ۱۲ داده به دستهٔ وسط، فراوانی جدید دستهٔ وسط $f + ۱۲$ و در نتیجه فراوانی نسبی جدید دستهٔ وسط $\frac{f+۱۲}{۱۵۰}$ می‌شود. از طرفی اختلاف بین فراوانی‌های نسبی قدیم و جدید دستهٔ وسط ۰/۰۲ است، پس:

$$\frac{f}{۱۲۰} - \frac{f+۱۲}{۱۵۰} = \frac{۲}{۱۰۰} \xrightarrow{\times ۶۰۰} ۵f - ۴(f+۱۲) = ۱۲$$

$$\Rightarrow f - ۴۸ = ۱۲ \Rightarrow f = ۶۰$$

۳۶ **۱** ۲ ۳ ۴

طول دسته‌ها برابر $C = ۴$ است. با توجه به مرکز دسته‌ها، جدول به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\text{حدود دسته} = [x_i - \frac{C}{۲}, x_i + \frac{C}{۲})$$

حدود دسته	۷ − ۱۱	۱۱ − ۱۵	۱۵ − ۱۹	۱۹ − ۲۳	۲۳ − ۲۷
فراوانی	۸	۱۴	x	۳x	۲۱

تعداد داده‌های کم‌تر از ۱۹ برابر $۸ + ۱۴ + x = ۲۲ + x$ و تعداد کل داده‌ها برابر $۸ + ۱۴ + x + ۳x + ۲۱ = ۴۳ + ۴x$ است. می‌دانیم ۴۰ درصد داده‌ها کم‌تر از ۱۹ می‌باشند، پس:

$$\frac{۲۲+x}{۴۳+۴x} \times \overset{۵}{\cancel{۱۰۰}} = \overset{۲}{\cancel{۴۰}} \Rightarrow ۵(۲۲+x) = ۲(۴۳+۴x)$$

$$\Rightarrow ۱۱۰ + ۵x = ۸۶ + ۸x \Rightarrow ۱۱۰ - ۸۶ = ۸x - ۵x$$

$$\Rightarrow ۳x = ۲۴ \Rightarrow x = ۸$$

در نتیجه فراوانی دستهٔ $[۱۹,۲۳)$ برابر $۳x = ۲۴$ می‌باشد.

۳۷ ۱ ۲ **۳** ۴

اگر فراوانی مطلق دستهٔ وسط f باشد، آن‌گاه فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر $\frac{f}{۸۰}$ می‌باشد. فرض کنیم از ۲۰ دادهٔ جدید اضافه شده، n تای آن‌ها در دستهٔ وسط قرار گیرد. در این صورت فراوانی نسبی جدید دستهٔ وسط برابر $\frac{f+n}{۱۰۰} = \frac{f+n}{۸۰+۲۰}$ می‌باشد. طبق فرض این دو عدد با هم برابرند، پس:

$$\frac{f}{\underset{۴}{\cancel{۸۰}}} = \frac{f+n}{\underset{۵}{\cancel{۱۰۰}}} \Rightarrow ۵f = ۴(f+n) = ۴f + ۴n$$

$$\Rightarrow f = ۴n \Rightarrow \frac{n}{f} = \frac{۱}{۴}$$

۳۸ ۱ ۲ **۳** ۴

با توجه به دستهٔ اول که به‌صورت ۲۵ − ۲۲ می‌باشد، طول دسته‌ها برابر ۳ است. دسته‌ها به‌صورت زیر خواهند بود:

$$\underbrace{[۲۲,۲۵),[۲۵,۲۸),[۲۸,۳۱),[۳۱,۳۴)}_{\text{۴۵ درصد داده‌ها}},[۳۴,۳۷),\ldots$$

فراوانی نسبی دستهٔ وسط، یعنی دستهٔ $[۳۴,۳۷)$ برابر ۰/۲ می‌باشد، پس ۲۰ درصد داده‌ها در دستهٔ وسط قرار دارند. پس $۴۵ + ۲۰ = ۶۵$ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۷ می‌باشند. بنابراین $۰/۶۵ \times ۱۲۰ = ۷۸$ داده کوچک‌تر از ۳۷ می‌باشد.

۳۹ ۱ **۲** ۳ ۴

دامنهٔ تغییرات $R = ۵۲ - ۳۱ = ۲۱$ و تعداد دسته‌ها برابر $k = ۷$ می‌باشد، بنابراین طول دسته‌ها برابر $C = \frac{R}{k} = \frac{۲۱}{۷} = ۳$ می‌باشد. با توجه به این‌که کوچک‌ترین داده، ۳۱ می‌باشد، دسته‌ها به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\underbrace{[۳۱,۳۴),[۳۴,۳۷),[۳۷,۴۰)}_{\text{۳۷ درصد داده‌ها}},\underset{\text{دستهٔ وسط}}{\underset{\downarrow}{[۴۰,۴۳)}},\underbrace{[۴۳,۴۶),\ldots}_{\text{۴۸ درصد داده‌ها}}$$

بنابراین $۱۰۰ - (۳۷ + ۴۸) = ۱۵$ درصد داده‌ها در دستهٔ وسط قرار می‌گیرند. بنابراین فراوانی دستهٔ وسط برابر $۰/۱۵ \times ۸۰ = ۱۲$ می‌باشد.

۴۰ ۱ ۲ **۳** ۴

مرکز دستهٔ $[۱۸/۵,۲۱/۵)$ برابر $\frac{۱۸/۵ + ۲۱/۵}{۲} = ۲۰$ می‌باشد. با توجه به جدول فراوانی داده‌شده، داریم:

$$\text{تعداد کل داده‌ها} = ۵ + ۸ + ۱۲ + ۹ + ۶ = ۴۰$$

فراوانی دستهٔ $[۱۸/۵,۲۱/۵)$ با مرکز ۲۰ (دستهٔ سوم)، برابر ۱۲ است.

بنابراین $\frac{۱۲}{۴۰} \times ۱۰۰ = ۳۰$ درصد داده‌ها در دستهٔ سوم قرار دارند.

۴۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

فرض کنیم فراوانی دستهٔ وسط f و مجموع فراوانی سایر دسته‌ها برابر x باشد، در این صورت تعداد کل داده‌ها برابر $f + x$ و فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر $\frac{f}{f+x}$ است، داریم:

$$\frac{f}{f+x} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow ۶f = f + x \Rightarrow x = ۵f \quad (*)$$

اگر فراوانی دستهٔ وسط را دو برابر و فراوانی سایر دسته‌ها را چهار برابر کنیم، آن‌گاه فراوانی جدید دستهٔ وسط $۲f$ و مجموع فراوانی‌های جدید سایر دسته‌ها برابر $۴x$ می‌شود، بنابراین:

$$\text{فراوانی نسبی جدید دستهٔ وسط} = \frac{۲f}{۴x + ۲f} \overset{(*)}{=} \frac{۲f}{۴(۵f) + ۲f}$$

$$= \frac{۲f}{۲۲f} = \frac{۱}{۱۱}$$

۴۲ ۱ **۲** ۳ ۴

تعداد کل داده‌ها برابر $۵ + ۱۱ + ۹ + ۱۳ + ۱۰ = ۴۸$ است.
با حذف ۳ داده، تعداد کل داده‌های جدید برابر $n = ۴۸ - ۳ = ۴۵$ می‌شود. طول دسته‌ها برابر $C = ۴$ است. بنابراین با توجه به مرکز دسته‌ها، دسته‌ها به‌صورت زیر خواهند بود $(\frac{C}{۲} = ۲)$:

$$[۹-۲,۹+۲),[۱۱,۱۵),[۱۵,۱۹),\cdots$$

پس داده‌های ۱۲ و ۱۴ از دستهٔ دوم حذف می‌شوند و در نتیجه فراوانی جدید دستهٔ دوم برابر $f_۲ = ۱۱ - ۲ = ۹$ و فراوانی نسبی آن $\frac{f_۲}{n} = \frac{۹}{۴۵} = \frac{۱}{۵} \times \frac{۲}{۲} = ۰/۲$ خواهد شد.

۴۳ (۱) (۲) **(۳)** (۴)

با توجه به جدول فراوانی داده‌ها، فراوانی دستهٔ وسط برابر $f_۴ = x$ و فراوانی کل داده‌ها برابر $n = ۹۰$ می‌باشد. از طرفی فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر ۰/۲ می‌باشد، پس:

$$۰/۲ = \frac{f_۴}{n} \Rightarrow f_۴ = ۰/۲ \times ۹۰ = ۱۸ \Rightarrow x = ۱۸$$

بنابراین فراوانی مطلق دستهٔ پنجم برابر است با:

$$y = ۹۰ - (۸+۹+۸+۱۸+۹+۲۳) = ۱۵$$

۴۴ **(۱)** (۲) (۳) (۴)

نکته: نمودار میله‌ای روی دو محور عمود بر هم نشان داده می‌شود. محور افقی، داده‌ها و محور عمودی بر حسب فراوانی می‌باشد. نمودار میله‌ای برای مقایسهٔ **فراوانی داده‌ها** است.

فراوانی نسبی دادهٔ D برابر $۰/۱۲ = \frac{a}{۵۰} = \frac{\text{فراوانی داده}}{n}$ است. بنابراین:

$$a = ۵۰ \times ۰/۱۲ = ۶ \quad (*)$$

از طرفی مجموع بلندی‌ها (فراوانی‌ها) در نمودار میله‌ای برابر ۵۰ است، پس:

$$۸+۷+b+a+۱۳ = ۵۰ \xrightarrow{(*)} ۳۴+b = ۵۰ \Rightarrow b = ۱۶$$
$$\Rightarrow b - a = ۱۶ - ۶ = ۱۰$$

۴۵ (۱) (۲) **(۳)** (۴)

نکته: نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است. در این نمودار، مستطیل‌هایی رسم می‌کنیم که قاعدهٔ آن‌ها روی محور xها و برابر طول هر یک از دسته‌ها است و ارتفاع آن‌ها به موازات محور yها و متناسب با فراوانی است.

ارتفاع مستطیل، متناظر با فراوانی دسته است. طبق فرض ۳۰ درصد داده‌ها در دستهٔ وسط قرار دارند، بنابراین:

$$\frac{f_۳}{n}\times ۱۰۰ = ۳۰ \Rightarrow \frac{x}{۹+۱۵+x+۱۰+۸}\times \cancel{۱۰۰}^{۱۰} = \cancel{۳۰}^{۳} \Rightarrow \frac{۱۰x}{۴۲+x} = ۳$$

$$\Rightarrow ۱۰x = ۳\times ۴۲ + ۳x \Rightarrow ۷x = ۳\times ۴۲ \Rightarrow x = \frac{۳\times \cancel{۴۲}^{۶}}{\cancel{۷}_{۱}} = ۱۸$$

۴۶ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

نکته: برای رسم نمودار دایره‌ای، ابتدا دایره را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم که هر قسمت نشان‌دهندهٔ ۱۰ درصد کل دایره است. سپس با توجه به فراوانی نسبی یا درصد فراوانی نسبی هر داده، همان قسمت از دایره را رنگ می‌کنیم.

نمودار دایره‌ای را می‌توان بر حسب زاویه‌های مرکزی و به‌صورت زیر نیز نمایش داد:

برای رسم نمودار دایره‌ای، دایره‌ای به شعاع دلخواه را به چند قطاع تقسیم می‌کنیم به طوری‌که اندازهٔ زاویهٔ مرکزی هر یک از این قسمت‌ها متناسب با فراوانی آن قسمت باشد. بنابراین اندازهٔ زاویهٔ مرکزی نظیر دادهٔ x_i برابر است با:

$$\alpha_i = \frac{f_i}{n}\times ۳۶۰^\circ = \text{فراوانی نسبی دادهٔ } x_i \times ۳۶۰^\circ$$

مجموع زاویه‌های مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر ۳۶۰° است.

از نمودار دایره‌ای برای نمایش هر نوع متغیری استفاده می‌کنیم. اما برای متغیرهای کیفی مناسب‌تر است.

با توجه به نمودار، ۲/۵ قسمت از ۱۰ قسمت مربوط به کشتی‌گیران است، بنابراین ۲۵ درصد ورزشکاران، کشتی‌گیر می‌باشند، داریم:

$$\text{تعداد کشتی‌گیران} = ۰/۲۵ \times ۱۲۰ = ۳۰$$

۴۷ **(۱)** (۲) (۳) (۴)

مجموع زوایای مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر ۳۶۰° است:

$$\alpha + ۴۱^\circ + ۷۵^\circ + ۹۰^\circ + ۵۵^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha + ۲۶۱^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۹۹^\circ$$

بنابراین قاره با زاویهٔ مرکزی α، $\frac{\alpha}{۳۶۰^\circ}\times ۱۰۰ = \frac{۹۹^\circ}{\cancel{۳۶۰^\circ}_{۹۰^\circ}}\times \cancel{۱۰۰}^{۲۵} = ۲۷/۵$ درصد گندم را تولید می‌کند.

۴۸ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

مجموع فراوانی‌های نسبی برابر ۱ است، بنابراین:

$$۰/۲ + x + ۰/۲۵ + ۰/۱۸ + ۰/۱۷ = ۱ \Rightarrow x = ۰/۲$$

مرکز دستهٔ $[۲۱,۲۴)$، $\frac{۲۱+۲۴}{۲} = ۲۲/۵$ می‌باشد. فراوانی نسبی این دسته برابر ۰/۲ و در نتیجه اندازهٔ زاویهٔ متناسب با این دسته در نمودار دایره‌ای برابر $۰/۲\times ۳۶۰^\circ = ۷۲^\circ$ می‌باشد.

۴۹ (۱) (۲) (۳) **(۴)**

مجموع اندازه‌های زاویهٔ مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر ۳۶۰° است. پس داریم:

$$۸۴^\circ + ۷۲^\circ + ۶۰^\circ + x + ۸۸^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۳۰۴^\circ + x = ۳۶۰^\circ$$
$$\Rightarrow x = ۵۶^\circ$$

اگر f تعداد دانش‌آموزان گروه D باشد، آن‌گاه:

$$\frac{f}{n}\times ۳۶۰^\circ = ۵۶^\circ \xrightarrow{n=۱۸۰} \frac{f}{\cancel{۱۸۰}_{۱}}\times \cancel{۳۶۰^\circ}^{۲} = ۵۶^\circ \Rightarrow f = ۲۸$$

۵۰ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

ابتدا طول دسته‌ها و سپس دسته‌ها را با اطلاعات داده‌شده مشخص می‌کنیم:

$$R = ۲۶ - ۵ = ۲۱,\ k = ۷ \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{۲۱}{۷} = ۳$$

$$\underbrace{[۵,۸),[۸,۱۱)}_{\text{۲۵ درصد داده‌ها}},[۱۱,۱۴),\underbrace{[۱۴,۱۷),\dots}_{\text{۴۰ درصد داده‌ها}}$$

پس $۳۵ = (۲۵+۴۰) - ۱۰۰$ درصد داده‌ها در دستهٔ سوم قرار دارند و در نتیجه فراوانی نسبی دستهٔ سوم ۰/۳۵ است. بنابراین اندازهٔ زاویهٔ مرکزی متناظر با آن برابر است با:

$$\text{فراوانی نسبی} \times ۳۶۰^\circ = ۰/۳۵ \times ۳۶۰^\circ = ۱۲۶^\circ$$

۵۱ (۱) (۲) (۳) **(۴)**

اگر فراوانی دستهٔ A برابر f باشد، آن‌گاه طبق فرض، فراوانی دسته‌های B، C و D به ترتیب $۲f$، $۳f$ و $۴f$ می‌باشد، بنابراین اندازهٔ زاویهٔ مرکزی متناسب با دستهٔ B برابر است با:

$$\frac{\text{فراوانی B}}{\text{مجموع فراوانی‌ها}}\times ۳۶۰^\circ = \frac{۲f}{f+۲f+۳f+۴f}\times ۳۶۰^\circ$$
$$= \frac{۱}{۵}\times ۳۶۰^\circ = ۷۲^\circ$$

۵۲
(۱) **(۲)** (۳) (۴)

اگر اندازهٔ زاویهٔ مرکزی متناظر با قسمت نامعلوم، α باشد، آن‌گاه:

$$\alpha+۷۰^\circ+۷۵^\circ+۱۰۰^\circ+۳۵^\circ=۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha=۸۰^\circ$$

از ۳۶۰° کل، ۸۰° مربوط به قسمت نامعلوم است، بنابراین تعداد کل کارکنان شرکت برابر است با:

$$۳۲=\frac{\cancel{۸۰^\circ}^{۲}}{\cancel{۳۶۰^\circ}_{۹}}\times n \Rightarrow n=\frac{۹\times ۳۲}{۲}=۱۴۴$$

بنابراین تعداد کارکنان با گروه خونی B برابر است با:

$$\frac{\cancel{۷۵^\circ}^{۵}}{\cancel{۳۶۰^\circ}_{\cancel{۲۴}_{۱}}}\times \cancel{۱۴۴}^{۶}=۳۰$$

۵۳
(۱) (۲) **(۳)** (۴)

جدول فراوانی نمودار بافت‌نگاشت داده‌شده به‌صورت زیر است:

دسته‌ها	۱۲-۱۵	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴
فراوانی	۱۳	۲۱	۱۷	۹

با حذف دادهٔ ۱۴ از دستهٔ اول و دو دادهٔ ۱۶ از دستهٔ دوم، جدول به‌صورت مقابل درمی‌آید:

دسته‌ها	۱۲-۱۵	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴
فراوانی	۱۲	۱۹	۱۷	۹

در جدول اخیر، اندازهٔ بزرگ‌ترین زاویهٔ مرکزی مربوط به دستهٔ دوم است و اندازهٔ آن برابر است با:

$$\frac{f_۲}{n}\times ۳۶۰^\circ=\frac{۱۹}{۱۲+۱۹+۱۷+۹}\times ۳۶۰^\circ=\frac{۱۹}{۵۷}\times ۳۶۰^\circ$$

$$=\frac{۱}{۳}\times ۳۶۰^\circ=۱۲۰^\circ$$

۵۴
(۱) (۲) (۳) **(۴)**

مجموع اندازهٔ زوایای مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر ۳۶۰° است:

$$\alpha+۷۰^\circ+۱۰^\circ+۸۰^\circ+۶۵^\circ=۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha=۳۶۰^\circ-۲۲۵^\circ=۱۳۵^\circ$$

درصد گروه سنی با زاویهٔ مرکزی α برابر است با:

$$\frac{۱۳۵^\circ}{۳۶۰^\circ}\times ۱۰۰=\frac{۳}{۸}\times ۱۰۰=۳۷/۵$$

۵۵
(۱) (۲) **(۳)** (۴)

اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مربوط به کارکنان ارشد در نمودار دایره‌ای برابر است با:

$$\frac{\text{تعداد کارکنان ارشد}}{\text{تعداد کل کارکنان}}\times ۳۶۰^\circ=\frac{۱۲۰}{۳۰+۹۰+۱۸۰+۱۲۰+۳۰}\times ۳۶۰^\circ$$

$$=\frac{۱۲۰}{\cancel{۴۵۰}_{۵}}\times \cancel{۳۶۰^\circ}^{۴}=۲۴\times ۴=۹۶^\circ$$

۵۶
(۱) (۲) (۳) (۴)

مجموع اندازهٔ زاویه‌های مرکزی مربوط به تمام کدها در نمودار دایره‌ای برابر ۳۶۰° است. بنابراین: $۲۷^\circ+۴۵^\circ+۹۹^\circ+\alpha+۵۴^\circ+۱۸^\circ=۳۶۰^\circ$

$$\Rightarrow ۲۴۳^\circ+\alpha=۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha=۳۶۰^\circ-۲۴۳^\circ=۱۱۷^\circ$$

بنابراین $\frac{۱۳}{۴۰}=\frac{۱۱۷^\circ}{۳۶۰^\circ}$ از کل داده‌ها با کد ۴ می‌باشند. بنابراین:

$$\text{فراوانی کد ۴}=\frac{۱۳}{۴۰}\times ۱۶۰=۵۲$$

۵۷
(۱) **(۲)** (۳) (۴)

اندازهٔ زاویهٔ مرکزی متناظر با استان A برابر است با:

$$\frac{f_A}{n}\times ۳۶۰^\circ=\frac{۴}{۱+۲/۵+۳+۴+۴/۵+۵}\times ۳۶۰^\circ=\frac{۴}{۲۰}\times ۳۶۰^\circ=۷۲^\circ$$

۵۸
(۱) **(۲)** (۳) (۴)

مجموع تمام درصد فراوانی نسبی‌ها برابر ۱۰۰ است. بنابراین:

$$۱۷+۲۰/۵+۲۲+x+۱۸=۱۰۰ \Rightarrow x=۱۰۰-۷۷/۵=۲۲/۵$$

بنابراین ۲۲/۵ درصد داده‌ها در دستهٔ چهارم قرار دارند. پس فراوانی نسبی دستهٔ چهارم برابر ۰/۲۲۵ و در نتیجه اندازهٔ زاویهٔ مرکزی متناظر با دستهٔ چهارم در نمودار دایره‌ای برابر $۰/۲۲۵\times ۳۶۰^\circ=۸۱^\circ$ می‌باشد.

۵۹
(۱) (۲) **(۳)** (۴)

فراوانی مطلق دستهٔ وسط x و تعداد کل داده‌ها برابر ۶۰ می‌باشد. اندازهٔ زاویهٔ مرکزی دستهٔ وسط برابر $\frac{x}{۶۰}\times ۳۶۰^\circ$ می‌باشد. داریم:

$$\frac{x}{۶۰}\times \cancel{۳۶۰^\circ}^{۴}=\cancel{۹۰^\circ}^{۱} \Rightarrow ۴x=۶۰ \Rightarrow x=۱۵$$

مجموع فراوانی‌ها برابر ۶۰ است، پس داریم:

$$۶+۱۱+x+y+۱۲=۶۰ \xrightarrow{x=۱۵} ۴۴+y=۶۰ \Rightarrow y=۱۶$$

۶۰
(۱) **(۲)** (۳) (۴)

نکته: در نمودار بافت‌نگاشت اگر وسط اضلاع بالایی (وسط مستطیل‌ها) را به هم وصل کنیم و هم‌چنین دو دستهٔ فرضی قبل از اولین دسته و بعد از آخرین دسته روی محور xها انتخاب کرده و نمودار خط شکسته را به آن‌ها وصل کنیم، نمودار چندبر فراوانی بافت‌نگاشت به‌دست می‌آید.

در نمودار چندبر فراوانی، اعداد واقع بر محور افقی همان مرکز دسته‌ها می‌باشند.

۶۱
(۱) (۲) **(۳)** (۴)

از نمودار چندبر فراوانی برای داده‌های کمّی پیوسته استفاده می‌کنیم. تعداد کلاس‌ها یک متغیر کمّی گسسته است.

۶۲
(۱) (۲) (۳) (۴)

با توجه به دستهٔ اول، طول دسته‌ها برابر $C=۱۵-۹=۶$ و مرکز دستهٔ اول برابر $x_۱=\frac{۹+۱۵}{۲}=۱۲$ می‌باشد. در رسم نمودار چندبر فراوانی تکمیل‌شده، یک دسته با فراوانی صفر به ابتدای دسته‌ها اضافه می‌کنیم. پس مرکز این دسته برابر $x_۱-C=۶$ می‌باشد. می‌دانیم طول نقاط در نمودار چندبر فراوانی، مرکز دسته‌ها می‌باشند. پس طول نقاط اول و دوم در نمودار ۶ و ۱۲ هستند.

۶۳
(۱) (۲) **(۳)** (۴)

محور افقی در نمودار چندبر فراوانی، مرکز دسته‌ها می‌باشد. با توجه به اعداد روی محور افقی، طول دسته‌ها برابر ۳ و مرکز دستهٔ دوم برابر ۱۶/۵ می‌باشد (دسته به مرکز ۱۰/۵ و با فراوانی صفر را در رسم نمودار اضافه می‌کنیم)، بنابراین کران پایین دستهٔ دوم برابر است با:

$$a_۲=x_۲-\frac{C}{۲}=۱۶/۵-۱/۵=۱۵$$

۶۴
(۱) **(۲)** (۳) (۴)

نکته: مناسب‌ترین نمودار برای داده‌های پیوسته، نمودار چندبر فراوانی است.

۶۵ (۱) (۲) **(۳)** (۴)

در نمودار چندبر فراوانی، محور افقی مرکز دسته‌ها و محور عمودی فراوانی مطلق می‌باشد. با توجه به فاصلهٔ بین اعداد در محور افقی، طول دسته‌ها برابر ۳ می‌باشد. جدول فراوانی نمودار چندبر فراوانی داده‌شده به‌صورت زیر می‌باشد:

حدود دسته	۲۲/۵−۲۵/۵	۲۵/۵−۲۸/۵	۲۸/۵−۳۱/۵	۳۱/۵−۳۴/۵	۳۴/۵−۳۷/۵
فراوانی	۹	۱۱	۱۲	۱۰	۸

از دو دادهٔ اضافه‌شده فقط ۲۹ در دستهٔ وسط قرار دارد که با اضافه کردن آن فراوانی دستهٔ وسط برابر ۱۳ و فراوانی کل برابر $(۹+۱۱+۱۲+۱۰+۸)+۲=۵۲$ می‌شود. پس درصد فراوانی نسبی دستهٔ وسط داده‌های جدید برابر $\frac{۱۳}{۵۲}\times ۱۰۰=۲۵$ می‌باشد.

۶۶ **(۱)** (۲) (۳) (۴)

در نمودار چندبر درصد فراوانی نسبی، طول نقاط، مرکز دسته‌ها و عرض نقاط، درصد فراوانی نسبی دسته‌ها می‌باشند. پس مرکز دو دستهٔ متوالی ۲۳ و ۲۷ هستند که در نتیجه طول دسته‌ها برابر $C=۲۷-۲۳=۴$ می‌باشد. بنابراین حدود دسته با مرکز ۲۷ به‌صورت $[۲۷-\frac{C}{۲},۲۷+\frac{C}{۲})=[۲۵,۲۹)$ می‌باشد. از طرفی ۱۸ درصد داده‌ها در این دسته قرار دارند (عرض نقطه)، پس فراوانی این دسته برابر $۰/۱۸\times ۴۵۰=۸۱$ می‌باشد.

۶۷ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

تعداد داده‌ها برابر ۱۰ است. ده دادهٔ داده‌شده را با هم جمع می‌کنیم و حاصل را بر ۱۰ تقسیم می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۲۷+۲۶+۲۵+۲۴+۲۸+۲۳+۲۹+۲۵+۲۷+۲۹}{۱۰}$$

$$=\frac{۱۰\times ۲۰+(۷+۶+۵+۴+۸+۳+۹+۵+۷+۹)}{۱۰}$$

$$=\frac{۲۰۰+۶۳}{۱۰}=\frac{۲۶۳}{۱۰}=۲۶/۳$$

۶۸ **(۱)** (۲) (۳) (۴)

نکته: حاصل تقسیم مجموع داده‌ها بر تعداد داده‌ها را میانگین داده‌ها می‌گوییم.

حاصل تقسیم مجموع ۵ دادهٔ a، a، a، a و $a+۱$ بر ۵ برابر $\frac{۳a}{۲}$ است، بنابراین:

$$\frac{a+a+a+a+(a+۱)}{۵}=\frac{۳a}{۲}\Rightarrow\frac{۵a+۱}{۵}=\frac{۳a}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲(۵a+۱)=۱۵a\Rightarrow ۵a=۲\Rightarrow a=\frac{۲}{۵}\ (*)$$

بنابراین میانگین ۵ دادهٔ a، $a+۱$، $a+۲$، $a+۳$ و $a+۴$ برابر است با:

$$\bar{X}=\frac{a+(a+۱)+(a+۲)+(a+۳)+(a+۴)}{۵}=\frac{۵a+۱۰}{۵}$$

$$=\frac{۵(a+۲)}{۵}=a+۲\overset{(*)}{=\!=}\frac{۲}{۵}+۲=\frac{۱۲}{۵}$$

۶۹ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

اگر ۲۵ دادهٔ آماری به‌صورت $x_۱$، ...، $x_۹$، $x_{۱۰}$، ... و $x_{۲۵}$ باشد، آن‌گاه:

$$\bar{X}_۱=\frac{x_۱+\cdots+x_۹}{۹}=۱۲\Rightarrow A=x_۱+\cdots+x_۹=۹\times ۱۲=۱۰۸$$

$$\bar{X}_۲=\frac{x_{۱۰}+x_{۱۱}+\cdots+x_{۲۵}}{۱۶}=۱۷$$

$$\Rightarrow B=x_{۱۰}+\cdots+x_{۲۵}=۱۶\times ۱۷=۲۷۲$$

اگر $\bar{X}$ میانگین این ۲۵ دادهٔ آماری باشد، آن‌گاه:

$$\bar{X}=\frac{A+B}{۲۵}=\frac{۱۰۸+۲۷۲}{۲۵}=\frac{۳۸۰}{۲۵}=۱۵/۲$$

۷۰ **(۱)** (۲) (۳) (۴)

می‌دانیم سه داده از هجده داده به‌صورت ۱۰، ۱۹ و ۱۹ می‌باشند، از طرفی میانگین هجده دادهٔ آماری $x_۱,\dots,x_{۱۵},۱۰,۱۹,۱۹$ برابر ۲۱ است. بنابراین:

$$\bar{X}=۲۱=\frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}=\frac{(x_۱+\dots+x_{۱۵})+۱۰+۱۹+۱۹}{۱۸}$$

$$\Rightarrow(x_۱+\cdots+x_{۱۵})+۴۸=۱۸\times ۲۱=۳۷۸$$

$$\Rightarrow x_۱+\cdots+x_{۱۵}=۳۷۸-۴۸=۳۳۰$$

$$\text{میانگین پانزده دادهٔ باقی‌مانده}=\frac{x_۱+\cdots+x_{۱۵}}{۱۵}=\frac{۳۳۰}{۱۵}=۲۲$$

۷۱ (۱) (۲) **(۳)** (۴)

فرض کنیم n داده با میانگین ۱۵ حذف شده‌اند. داریم:

$$۱۵=\frac{x_۱+\cdots+x_n}{n}\Rightarrow A=x_۱+\cdots+x_n=۱۵n$$

میانگین ۳۰ دادهٔ آماری $x_۱$، ...، x_n، $x_{n+۱}$، ... و $x_{۳۰}$ برابر ۱۴ می‌باشد، پس:

$$۱۴=\frac{\overbrace{x_۱+\cdots+x_n}^{A}+\overbrace{x_{n+۱}+\cdots+x_{۳۰}}^{B}}{۳۰}$$

$$\Rightarrow A+B=۳۰\times ۱۴=۴۲۰\Rightarrow B=۴۲۰-A=۴۲۰-۱۵n$$

مجموع داده‌های باقی‌مانده برابر B و تعداد آن‌ها $۳۰-n$ می‌باشد، پس داریم:

$$۱۳/۷۵=\frac{B}{۳۰-n}\Rightarrow(۳۰-n)\times ۱۳/۷۵=۴۲۰-۱۵n$$

$$\Rightarrow ۴۱۲/۵-۱۳/۷۵n=۴۲۰-۱۵n\Rightarrow ۱/۲۵n=۷/۵\Rightarrow n=\frac{۷/۵}{۱/۲۵}=۶$$

۷۲ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

میانگین ۴ دادهٔ $x_۱$، $x_۲$، $x_۳$ و $x_۴$ برابر $\bar{X}$ است، بنابراین مجموع این ۴ داده برابر $A=x_۱+x_۲+x_۳+x_۴=۴\bar{X}$ می‌باشد. میانگین ۴ دادهٔ جدید برابر است با:

$$\frac{\text{مجموع}}{۴}=\frac{(x_۱+۲x_۲)+(x_۲+۲x_۳)+(x_۳+۲x_۴)+(x_۴+۲x_۱)}{۴}$$

$$=\frac{۳(x_۱+x_۲+x_۳+x_۴)}{۴}=\frac{۳A}{۴}=\frac{۳\times ۴\bar{X}}{۴}=۳\bar{X}$$

۷۳ (۱) (۲) **(۳)** (۴)

نکته: اگر میانگین داده‌های $x_۱$، $x_۲$، ... و x_n برابر $\bar{X}$ باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های $ax_۱+b$، $ax_۲+b$، ... و ax_n+b برابر $a\bar{X}+b$ است.

فرض کنیم میانگین داده‌های $x_۱$، $x_۲$، ... و x_n برابر ۵۷ باشد، در این صورت میانگین داده‌های $x_۱-۱۲$، $x_۲-۱۲$، ... و $x_n-۱۲$ برابر $۵۷-۱۲=۴۵$ خواهد بود. اگر داده‌های جدید را سه برابر کنیم، آن‌گاه میانگین نیز سه برابر، یعنی $۳\times ۴۵=۱۳۵$ می‌شود.

۷۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

فرض کنیم میانگین داده‌های $x_i : i = 1, 2, \cdots, n$ برابر $\overline{X}$ باشد، در این صورت میانگین داده‌های $2x_i + 1 : i = 1, \cdots, n$ برابر $2\overline{X} + 1$ است و داریم:

$$2\overline{X}+1=25 \Rightarrow 2\overline{X}=24 \Rightarrow \overline{X}=12 \Rightarrow \overline{Y}=\overline{4X+1}=4\overline{X}+1=49$$

۷۵ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: برای محاسبهٔ میانگین داده‌های جدول فراوانی به صورت

x	x_1	x_2	$\cdots$	x_k
f	f_1	f_2	$\cdots$	f_k

از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\overline{X}=\frac{f_1x_1+\cdots+f_kx_k}{f_1+f_2+\cdots+f_k}$$

روش سریع برای محاسبهٔ میانگین: برای آن‌که در محاسبهٔ میانگین با اعداد بزرگ دچار خطا نشویم و یا محاسبه راحت باشد، می‌توانیم عددی دلخواه را به عنوان میانگین حدسی (y) انتخاب و سپس میانگین حدسی را از داده‌ها کم کنیم $(x_i - y)$، میانگین داده‌های حاصل را به‌دست می‌آوریم (A)، در این‌صورت میانگین واقعی $(\overline{X})$ برابر است با: $\overline{X} = y + A$

توجه کنیم که A می‌تواند عددی منفی، صفر و یا مثبت باشد.

با توجه به گزینه‌ها، میانگین فرضی را $y = 9$ در نظر می‌گیریم و $x - 9$ را به‌دست می‌آوریم:

x − 9	−۲	−۱	۰	۱	۲
f	۸	۱۶	۲۰	۲۴	۱۲

میانگین داده‌های جدول اخیر برابر است با:

$$A=\frac{8(-2)+16(-1)+20(0)+24(1)+12(2)}{8+16+20+24+12}=\frac{16}{80}=\frac{1}{5}=0.2$$

پس میانگین واقعی برابر $\overline{X} = y + A = 9 + 0.2 = 9.2$ می‌باشد.

۷۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

میانگین فرضی را $y = 123$ در نظر می‌گیریم و $x - 123$ را به‌دست می‌آوریم:

x − ۱۲۳	−۱۳	−۷	−۱	۵	۱۱
f	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

میانگین داده‌های جدول اخیر برابر است با:

$$A=\frac{5(-13)+8(-7)+15(-1)+12(5)+10(11)}{5+8+15+12+10}=\frac{34}{50}=0.68$$

بنابراین میانگین واقعی برابر $\overline{X} = y + A = 123.68$ می‌باشد.

۷۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

فرض کنیم ۱۴ میانگین فرضی نمرات باشد. $x - 14$ را به‌دست می‌آوریم:

x − ۱۴	−۴	−۲	۰	۱	۳	۴
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

میانگین جدول جدید را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{میانگین}=\frac{5(-4)+8(-2)+7(0)+10(1)+6(3)+4(4)}{5+8+7+10+6+4}=\frac{8}{40}=0.2$$

$$\text{میانگین داده‌های اولیه}=14+0.2=14.2$$

۷۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

مرکز هر دسته را به‌دست می‌آوریم:

مرکز دسته (x)	۳	۵	۷	۹
فراوانی (f)	۲	۴	۳	۱

$$\overline{X}=\frac{2(3)+4(5)+3(7)+1(9)}{2+4+3+1}=\frac{6+20+21+9}{10}=\frac{56}{10}=5.6$$

۷۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

میانگین فرضی داده‌ها را $y = 18$ در نظر می‌گیریم. میانگین داده‌های $x_i - 18$ را به‌دست می‌آوریم (A). میانگین جدول جدید برابر صفر می‌شود.

x_i − ۱۸	−۱۱	−۶	−۱	۴	۹
f	۲	۵	۸	a	۴

$$A=\frac{2(-11)+5(-6)+8(-1)+a(4)+4(9)}{2+5+8+a+4}=0$$

$$\Rightarrow \text{صورت کسر}=0 \Rightarrow 4a-24=0 \Rightarrow a=6$$

مرکز دستهٔ $[19.5 , 24.5)$ برابر ۲۲ است، داریم:

$$\text{درصد فراوانی نسبی دستهٔ چهارم}=\frac{a}{\text{مجموع فراوانی‌ها}}\times 100$$

$$=\frac{6}{2+5+8+6+4}\times 100=24$$

۸۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

فرض کنیم میانگین داده‌های جدول $\overline{X}$ باشد، اگر داده‌ها را سه برابر و سپس ۲ واحد از آن کم کنیم، آن‌گاه میانگین داده‌های جدید برابر $3\overline{X} - 2$ می‌شود، داریم:

$$3\overline{X}-2=40 \Rightarrow 3\overline{X}=42 \Rightarrow \overline{X}=14$$

پس میانگین داده‌های جدول برابر ۱۴ است. با به‌دست آوردن مرکز دسته‌ها، داریم:

مرکز دسته	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷
فراوانی	۵	a	۴	۶

$$\Rightarrow 14=\frac{5\times 11+13a+4\times 15+6\times 17}{5+a+4+6} \Rightarrow \frac{13a+217}{15+a}=14$$

$$\Rightarrow 13a+217=210+14a \Rightarrow a=7$$

۸۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

با حذف دو دادهٔ ۱۸ و ۲۲ از دسته‌های سوم و پنجم، جدول فراوانی داده‌ها به‌صورت زیر درمی‌آید:

مرکز دسته	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲
فراوانی	۴	۶	۴	۸	۳

فرض کنیم $y = 18$ میانگین حدسی داده‌ها باشد، با مشخص کردن $x - 18$ داریم:

x − ۱۸	−۴	−۲	۰	۲	۴
f	۴	۶	۴	۸	۳

میانگین جدول جدید برابر است با:

$$\Rightarrow A=\frac{4(-4)+6(-2)+4(0)+8(2)+3(4)}{4+6+4+8+3}=0$$

$$\Rightarrow \overline{X}=y+A=18+0=18$$

۸۲ (۱) (۲) (۳) (۴)

مجموع ۴ درس با ضریب ۱ و با میانگین ۱۵/۵ برابر است با:

$$A=x_1+x_2+x_3+x_4=4\times 15.5=62$$

اگر نمرهٔ درس پنجم با ضریب ۲ برابر x_5 باشد، آن‌گاه:

$$16.5=\frac{\overbrace{x_1+x_2+x_3+x_4}^{A}+2x_5}{4+2} \Rightarrow 62+2x_5=6\times 16.5=99$$

$$\Rightarrow 2x_5=37 \Rightarrow x_5=18.5$$

۸۳ ۱ **۲** ۳ ۴

ضریب هر درس به منزلهٔ فراوانی و نمرهٔ کل آزمون عمومی همان میانگین خواهد بود. فرض کنیم درصد درس زبان انگلیسی برابر a باشد، در این صورت:

$$۵۸=\frac{۴(۶۵)+۲(۵۲)+۳(۷۰)+۲(a)}{۴+۲+۳+۲}=\frac{۲a+۵۷۴}{۱۱}$$

$$\Rightarrow ۲a+۵۷۴=۱۱\times ۵۸\Rightarrow ۲a=۶۳۸-۵۷۴=۶۴\Rightarrow a=۳۲$$

۸۴ **۱** ۲ ۳ ۴

نکته: مجموع انحراف از میانگین تمام داده‌ها برابر صفر است:

$$f_1(x_1-\bar{X})+\cdots+f_k(x_k-\bar{X})=۰$$

طبق جدول داریم:

$$۵(-۳)+۷(-۱)+۴(۱)+x(۳)+۳(۵)=۰$$

$$\Rightarrow -۳+۳x=۰\Rightarrow ۳x=۳\Rightarrow x=۱$$

بنابراین فراوانی نسبی دستهٔ چهارم برابر $\frac{f_4}{n}=\frac{x}{۵+۷+۴+x+۳}\xrightarrow{x=۱}\frac{۱}{۲۰}\times\frac{۵}{۵}=۰/۰۵$ می‌باشد.

۸۵ **۱** ۲ ۳ ۴

ابتدا از روی حدود دسته‌ها، مرکز دسته‌ها را به‌دست می‌آوریم. میانگین فرضی را $y=۲۱$ (با توجه به گزینه‌ها) در نظر می‌گیریم و $x-۲۱$ را به‌دست می‌آوریم:

x	۱۵	۱۹	۲۳	۲۷	۳۱
f	۳	۴	۵	۲	۱

$\Rightarrow$

x − ۲۱	−۶	−۲	۲	۶	۱۰
f	۳	۴	۵	۲	۱

میانگین داده‌های جدول اخیر را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\frac{۳(-۶)+۴(-۲)+۵(۲)+۲(۶)+۱(۱۰)}{۳+۴+۵+۲+۱}=\frac{۶}{۱۵}=\frac{۲}{۵}=۰/۴$$

بنابراین میانگین واقعی داده‌ها برابر $\bar{X}=y+A=۲۱+۰/۴=۲۱/۴$ می‌باشد.

۸۶ **۱** ۲ ۳ ۴

نکته: اگر n تعداد کل داده‌ها و f_i فراوانی دادهٔ x_i باشد، آن‌گاه عدد $\frac{f_i}{n}$ فراوانی نسبی دادهٔ x_i است و داریم:

$$\bar{X}=\frac{f_1x_1+f_2x_2+\cdots+f_kx_k}{n}$$

$$=\frac{f_1}{n}x_1+\frac{f_2}{n}x_2+\cdots+\frac{f_k}{n}x_k$$

فراوانی نسبی دادهٔ x_1 — فراوانی نسبی دادهٔ x_2 — فراوانی نسبی دادهٔ x_k

پس برای محاسبهٔ میانگین از روی جدول فراوانی نسبی، فراوانی‌های نسبی را در x_iها ضرب می‌کنیم و سپس با هم جمع می‌کنیم (حاصل را بر هیچ عددی تقسیم نمی‌کنیم).

مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است:

$$۱۵+۳۰+۲۵+a=۱۰۰\Rightarrow a=۳۰$$

فراوانی نسبی هر دسته را مشخص می‌کنیم و سپس با استفاده از آن میانگین را به‌دست می‌آوریم:

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
فراوانی نسبی	۰/۱۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۳

$$\text{میانگین}=۰/۱۵\times ۱۲+۰/۳\times ۱۵+۰/۲۵\times ۱۸+۰/۳\times ۲۱$$

$$=۱/۸+۴/۵+۴/۵+۶/۳=۱۷/۱$$

۸۷ ۱ **۲** ۳ ۴

با اضافه کردن ۱/۵ واحد به داده‌ها، میانگین جدید برابر ۱۰ می‌شود، پس میانگین داده‌ها برابر $۱۰-۱/۵=۸/۵$ می‌باشد. مرکز دسته‌ها را به‌دست آورده و میانگین جدول را برابر ۸/۵ قرار می‌دهیم:

x	۳	۷	۱۱	۱۵
f	۴	۵	a	۳

$$\Rightarrow ۸/۵=\frac{۴(۳)+۵(۷)+a(۱۱)+۳(۱۵)}{۴+۵+a+۳}$$

$$\Rightarrow ۸/۵=\frac{۹۲+۱۱a}{۱۲+a}\Rightarrow ۸/۵(a+۱۲)=۹۲+۱۱a$$

$$\Rightarrow ۸/۵a+۱۰۲=۹۲+۱۱a\Rightarrow ۲/۵a=۱۰\Rightarrow a=۴$$

۸۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

مجموع انحراف از میانگین تمام داده‌ها برابر صفر است:

$$f_1(x_1-\bar{X})+f_2(x_2-\bar{X})+\cdots+f_k(x_k-\bar{X})=۰$$

$$\Rightarrow ۵(-۴)+۱۱(-۲)+۹(-۱)+۴(۰)+۸(۱)+x(۲)+۳(۳)=۰$$

$$\Rightarrow -۲۰-۲۲-۹+۸+۲x+۹=۰\Rightarrow ۲x=۳۴\Rightarrow x=۱۷$$

بنابراین فراوانی مطلق دستهٔ ششم برابر $x=۱۷$ می‌باشد.

۸۹ ۱ **۲** ۳ ۴

جدول فراوانی نمودار بافت‌نگاشت به‌صورت زیر است:

مرکز دسته (x)	۵	۷	۹	۱۱	۱۳
فراوانی (f)	۵	۸	۱۰	۷	۲

فرض کنیم میانگین فرضی $y=۹$ باشد. با تشکیل $x-۹$، میانگین جدول جدید را به‌دست می‌آوریم:

x − ۹	−۴	−۲	۰	۲	۴
f	۵	۸	۱۰	۷	۲

$$A=\frac{۵(-۴)+۸(-۲)+۱۰(۰)+۷(۲)+۲(۴)}{۵+۸+۱۰+۷+۲}=\frac{-۱۴}{۳۲}=-۰/۴۳۷۵$$

بنابراین میانگین واقعی برابر $\bar{X}=y+A=۹-۰/۴۳۷۵=۸/۵۶۲۵$ می‌باشد.

۹۰ ۱ **۲** ۳ ۴

جدول فراوانی نمودار بافت‌نگاشت داده‌شده به‌صورت زیر است (محور xها حدود دسته و محور عمودی فراوانی دسته‌ها می‌باشند):

حدود دسته	۹−۱۱	۱۱−۱۳	۱۳−۱۵	۱۵−۱۷	۱۷−۱۹
f	۸	۱۱	۱۶	۱۴	۱۱

مرکز دستهٔ وسط ۱۴ می‌باشد. میانگین فرضی را $y=۱۴$ در نظر می‌گیریم و با به‌دست آوردن مرکز دسته‌ها، $x-۱۴$ را محاسبه می‌کنیم:

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
x − ۱۴	−۴	−۲	۰	۲	۴
f	۸	۱۱	۱۶	۱۴	۱۱

$$A=\frac{۸(-۴)+۱۱(-۲)+۱۶(۰)+۱۴(۲)+۱۱(۴)}{۸+۱۱+۱۶+۱۴+۱۱}=\frac{۱۸}{۶۰}=۰/۳$$

بنابراین میانگین واقعی برابر $\bar{X}=y+A=۱۴+۰/۳=۱۴/۳$ می‌باشد.

۹۱ ۱ ۲ **۳** ۴

با توجه به نمودار میله‌ای، داریم:

$$\text{تعداد کل داده‌ها}=۱۲+۱۸+۳۵+۱۰+۲۵=۱۰۰$$

$$\text{میانگین داده‌ها}=\frac{۱۲\times۷+۱۸\times۱۲+۳۵\times۱۳+۱۰\times۱۷+۲۵\times۱۹}{۱۰۰}=\frac{۱۴۰۰}{۱۰۰}=۱۴$$

برای محاسبهٔ کم‌تر می‌توان از روش سریع برای محاسبهٔ میانگین استفاده کرد. برای این کار، میانگین فرضی را ۱۳ در نظر می‌گیریم و در نتیجه داریم:

$$A = \frac{12\times6 - 1\times18 + 35\times0 + 10\times4 + 25\times6}{100} = 1$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 13 + 1 = 14$$

۹۲ ۱ ۲ **۳** ۴

نکته: (پیدا کردن میانه)

۱) داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

۲) اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد، برابر میانه است.

۳) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین دو داده‌ای که در وسط قرار گرفته‌اند، برابر میانه است.

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. دادهٔ هشتم (وسط)، میانهٔ داده‌ها است:

$$3,4,5,7,7,9,10,\underbrace{11}_{x_8 = \text{میانه} = 11},12,14,14,15,17,17,19$$

۹۳ ۱ ۲ **۳** ۴

ابتدا مقدار a را با توجه به تعریف میانگین به‌دست می‌آوریم. چون میانگین داده‌ها برابر ۱۳ است، اگر داده‌ها را از میانگین کم کنیم، میانگین داده‌های حاصل برابر صفر خواهد شد.

داده‌های جدید: $7,-4,5,3,-2,1,-3,-6,a-13$

$$0 = \frac{\text{جمع داده‌های جدید}}{9}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{7-4+5+3-2+1-3-6+a-13}{9} \Rightarrow a-12=0 \Rightarrow a=12$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. پنجمین داده، میانهٔ داده‌ها می‌باشد:

$$7,9,10,11,\underbrace{12}_{\text{میانه}},12,14,16,18,20$$

۹۴ **۱** ۲ ۳ ۴

نکته: (محاسبهٔ چارک‌ها)

۱) ابتدا میانهٔ داده‌ها را به‌دست می‌آوریم.

۲) برای داده‌های مرتب‌شدهٔ قبل از میانه، یک میانه به‌دست می‌آوریم و آن را چارک اول می‌نامیم.

۳) برای داده‌های مرتب‌شدهٔ بعد از میانه، یک میانه به‌دست می‌آوریم و آن را چارک سوم می‌نامیم.

با توجه به تعداد داده‌ها، ممکن است چارک‌ها دقیقاً خود داده‌ها نباشند و در فاصلهٔ بین دو دادهٔ متوالی قرار گیرند.

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. چون ۱۵ = ۴ × ۳ + ۳ می‌باشد، داده‌ها در چهار دستهٔ ۳ تایی تقسیم می‌شوند و ۳ دادهٔ اضافه، چارک‌ها می‌باشند:

$$5,7,8,\underbrace{9}_{Q_1=9},10,11,12,\underbrace{14}_{Q_2},16,17,18,\underbrace{19}_{Q_3=19},20,21,23$$

$$\Rightarrow Q_3 - Q_1 = 19 - 9 = 10$$

۹۵ ۱ **۲** ۳ ۴

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و سپس چارک‌های آن را مشخص می‌کنیم:

$$10/6,\ 10/6,\ \underbrace{11/2}_{Q_1},\ 11/5,\ \underbrace{11/9,\ 12/3}_{Q_2=\frac{11/9+12/3}{2}=12/1},\ 12/7,\ \underbrace{12/8}_{Q_3},\ 13/5,\ 30/2$$

$$\frac{Q_1+Q_3-2Q_2}{Q_3-Q_1} = \frac{11/2+12/8-2\times12/1}{12/8-11/2} = \frac{-0/2}{1/6} = -\frac{1}{8} = -0/125$$

۹۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

میانگین داده‌های بیست‌وپنجم و بیست‌وششم، میانهٔ داده‌ها است:

$$\text{میانه} = \frac{14+15}{2} = 14/5$$

برای به‌دست آوردن میانگین، $x-14$ را به‌دست می‌آوریم:

$x-14$	-4	-2	0	1	2	4
f	6	9	10	12	8	5

$$\text{میانگین داده‌های جدید} = \frac{6(-4)+9(-2)+10(0)+12(1)+8(2)+5(4)}{6+9+10+12+8+5}$$

$$= \frac{6}{50} = 0/12$$

میانگین واقعی داده‌ها برابر ۱۴/۱۲ = ۰/۱۲ + ۱۴ است. اختلاف بین میانهٔ داده‌ها و میانگین وزنی داده‌ها برابر ۰/۳۸ = ۱۴/۱۲ − ۱۴/۵ است.

۹۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\text{تعداد داده‌ها} = 15+9+5+11 = 40$$

میانگین دو دادهٔ بیستم و بیست و یکم، میانهٔ داده‌ها می‌باشد:

داده‌ها	۷	۹	۱۱	۱۳
فراوانی	۱۵	۹	۵	۱۱

هر دو دادهٔ بیستم و بیست‌ویکم برابر ۹ است و در نتیجه میانهٔ داده‌ها برابر ۹ می‌باشد.

$$\bar{X} = \frac{15\times7+9\times9+5\times11+11\times13}{40} = \frac{384}{40} = 9/6$$

$$\Rightarrow \text{میانه} - \text{میانگین} = 9/6 - 9 = 0/6$$

۹۸ ۱ **۲** ۳ ۴

تعداد داده‌ها برابر ۱۲ است. اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، داده‌ها توسط چارک‌ها به ۴ دستهٔ ۳تایی تقسیم می‌شوند. سه دادهٔ اول و سه دادهٔ آخر در خارج جعبه قرار می‌گیرند:

$$12,14,14,\ Q_1\ \boxed{15,16,18,20,20,21}\ Q_3,\ 24,25,26$$

داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم، همان داده‌های درون جعبه می‌باشند، بنابراین:

$$\bar{X} = \frac{15+16+18+20+20+21}{6} = \frac{110}{6} \simeq 18/33$$

۹۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

نکته: مُد، داده با بیش‌ترین فراوانی است.

فراوانی نسبی دادهٔ ۴ از همه بزرگ‌تر است، بنابراین فراوانی مطلق این داده نیز از همه بیش‌تر است و در نتیجه مُد داده‌ها برابر ۴ می‌باشد. از طرفی با توجه به فرمول میانگین از روی جدول فراوانی نسبی، داریم:

$$\bar{x} = 0/15\times1 + 0/2\times2 + 0/25\times3 + 0/3\times4 + 0/1\times5 = 3$$

پس اختلاف میانگین از مد برابر ۱ = ۳ − ۴ می‌باشد.

۱۰۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

مد، داده‌ای با بیش‌ترین فراوانی است. چون تمام داده‌ها یک بار تکرار شده‌اند، پس x باید با یکی از این داده‌ها برابر باشد تا مد برابر x شود. طبق فرض، مد و میانگین با هم برابرند. پس:

$$\frac{۶۳+۷۰+۶۶+۵۰+۷۷+۶۵+۶۴+x}{۸}=x \Rightarrow ۴۵۵+x=۸x$$

$$\Rightarrow ۷x=۴۵۵ \Rightarrow x=۶۵$$

اگر ۶۵، میانهٔ داده‌ها باشد، آن‌گاه $x=۶۵$ جواب است و در غیر این صورت، نشدنی است. برای تعیین میانه، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۵۰,۶۳,۶۴,۶۵,۶۵,۶۶,۷۰,۷۷

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانگین دو دادهٔ وسط، یعنی ۶۵ و ۶۵ برابر میانه خواهد بود:

$$\text{میانه}=\frac{۶۵+۶۵}{۲}=۶۵$$

پس $x=۶۵$ قابل قبول است.

۱۰۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: میانگین مجذور انحرافات از میانگین داده‌ها را واریانس داده‌ها می‌گوییم و آن را با $\sigma^۲$ نشان می‌دهیم:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-\bar{X})^۲+(x_۲-\bar{X})^۲+\cdots+(x_n-\bar{X})^۲}{n}=\frac{\sum_{i=۱}^{n}(x_i-\bar{X})^۲}{n}$$

دادهٔ ۱۴ با فراوانی ۳، مُد داده‌ها می‌باشد. با حذف دادهٔ ۱۴، داده‌های باقی‌مانده به‌صورت روبه‌رو می‌باشند: ۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۳,۱۲,۱۰,۹,۱۱

میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{X}=\frac{۷+۸+۹+۱۰+۱۱+۱۳+۱۲+۱۰+۹+۱۱}{۱۰}=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰$$

واریانس داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^۲=\frac{(۷-۱۰)^۲+(۸-۱۰)^۲+۲(۹-۱۰)^۲+۲(۱۰-۱۰)^۲}{۱۰}$$

$$+\frac{۲(۱۱-۱۰)^۲+(۱۲-۱۰)^۲+(۱۳-۱۰)^۲}{۱۰}=\frac{۹+۴+۲+۲+۴+۹}{۱۰}=\frac{۳۰}{۱۰}=۳$$

۱۰۲ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: اگر داده‌ها را با عدد ثابتی جمع کنیم، واریانس آن‌ها تغییری نمی‌کند و اگر داده‌ها را در عدد ثابتی ضرب کنیم، واریانس آن‌ها در مجذور این عدد ضرب خواهد شد. با بیان ریاضی، اگر واریانس داده‌های $x_۱$، ... و x_n برابر $\sigma_x^۲$ باشد، آن‌گاه واریانس داده‌های $x_۱+b$، ... و x_n+b برابر $\sigma_x^۲$ و واریانس داده‌های $ax_۱$، ... و ax_n برابر $a^۲\sigma_x^۲$ خواهد بود و در حالت کلی داریم:

$$\sigma_{ax+b}^۲=a^۲\sigma_x^۲$$

نکته: اگر جدول فراوانی داده‌ها به‌صورت

x	$x_۱$	$x_۲$	$\cdots$	x_k
f	$f_۱$	$f_۲$	$\cdots$	f_k

باشد، با محاسبهٔ میانگین جدول $(\bar{X})$، از فرمول زیر برای محاسبهٔ واریانس استفاده می‌کنیم:

$$\sigma^۲=\frac{f_۱(x_۱-\bar{X})^۲+f_۲(x_۲-\bar{X})^۲+\cdots+f_k(x_k-\bar{X})^۲}{f_۱+f_۲+\cdots+f_k}=\frac{\sum_{i=۱}^{k}f_i(x_i-\bar{X})^۲}{\sum_{i=۱}^{k}f_i}$$

هم‌چنین مانند میانگین، برای محاسبهٔ واریانس جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی‌شده، از مرکز دسته به جای x_i استفاده می‌کنیم.

$x-۵$ را به‌دست می‌آوریم. واریانس داده‌های جدید با واریانس داده‌های اولیه با هم برابر است:

x − ۵	−۴	−۲	۰	۲	۴
f	۲	۷	۳	۵	۳

$$\bar{X}=\frac{۲(-۴)+۷(-۲)+۳(۰)+۵(۲)+۳(۴)}{۲+۷+۳+۵+۳}=\frac{۰}{۲۰}=۰$$

$$\Rightarrow\sigma^۲=\frac{۲(-۴-۰)^۲+۷(-۲-۰)^۲+۳(۰-۰)^۲+۵(۲-۰)^۲+۳(۴-۰)^۲}{۲+۷+۳+۵+۳}$$

$$=\frac{۳۲+۲۸+۲۰+۴۸}{۲۰}=\frac{۱۲۸}{۲۰}=۶/۴$$

۱۰۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

$x-۱۸$ را به‌دست می‌آوریم. واریانس داده‌های جدید با واریانس داده‌های اولیه برابر می‌باشد:

x − ۱۸	−۶	−۳	۰	۳	۶
f	۴	۳	۹	۷	۲

$$\bar{X}=\frac{۴(-۶)+۳(-۳)+۹(۰)+۷(۳)+۲(۶)}{۴+۳+۹+۷+۲}=\frac{۰}{۲۵}=۰$$

$$\sigma^۲=\frac{۴(-۶-۰)^۲+۳(-۳-۰)^۲+۹(۰-۰)^۲+۷(۳-۰)^۲+۲(۶-۰)^۲}{۲۵}$$

$$=\frac{۱۴۴+۲۷+۶۳+۷۲}{۲۵}=\frac{۳۰۶}{۲۵}=۱۲/۲۴$$

۱۰۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

از آن‌جا که میانگین جدول ۱۶ است، پس با محاسبهٔ $x-۱۶$، میانگین جدول جدید باید صفر باشد:

x − ۱۶	−۴	−۲	۰	۲	۴
f	۵	۷	۱۰	a	۳

$$\text{میانگین}=\frac{۵(-۴)+۷(-۲)+۱۰(۰)+۲a+۳(۴)}{۵+۷+۱۰+a+۳}=۰$$

$$\Rightarrow -۲۰-۱۴+۲a+۱۲=۰\Rightarrow ۲a=۲۲\Rightarrow a=۱۱$$

واریانس جدول جدید با واریانس جدول اولیه برابر است. با توجه به این‌که میانگین جدول جدید برابر صفر است، داریم:

$$\sigma^۲=\frac{۵(-۴-۰)^۲+۷(-۲-۰)^۲+۱۰(۰-۰)^۲+۱۱(۲-۰)^۲+۳(۴-۰)^۲}{۵+۷+۱۰+۱۱+۳}$$

$$=\frac{۸۰+۲۸+۴۴+۴۸}{۳۶}=\frac{۲۰۰}{۳۶}=\frac{۵۰}{۹}\simeq ۵/۵۵$$

۱۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق جدول تعداد داده‌ها برابر $۲۲ = ۱ + ۵ + ۲ + ۳ + ۶ + ۲ + ۳$ است. میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم برابر میانه است. ششمین داده، چارک اول و هفدهمین داده، چارک سوم است. داریم $۱۳ = Q_1 = a_6$، بنابراین:

$$Q_3 - Q_1 = ۱۷ \Rightarrow Q_3 - ۱۳ = ۱۷ \Rightarrow Q_3 = ۳۰$$

طبق جدول، $a = ۳۰$ است و جدول به‌صورت زیر خواهد شد:

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۰	۳۱
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۱	۵

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{۲۲} = \frac{۳\times ۱۱ + ۲\times ۱۲ + \cdots + ۵\times ۳۱}{۲۲} = ۱۹$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۳(۱۱-۱۹)^2 + ۲(۱۲-۱۹)^2 + \cdots + ۵(۳۱-۱۹)^2}{۲۲} = ۷۲$$

با اضافه کردن ۴ واحد به داده‌ها واریانس تغییر نمی‌کند.

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد داده‌ها برابر $۲۲ = ۱ + ۵ + ۱ + ۱ + ۳ + ۶ + ۲ + ۳$ است.

میانگین یازدهمین و دوازدهمین داده، میانهٔ داده‌ها است. طبق میانه و داده‌ها در جدول و فراوانی آن‌ها، دادهٔ a باید برابر ۱۳ باشد، پس جدول به‌صورت زیر در می‌آید:

داده	$\cancel{۸}$ ‎-۶	$\cancel{۱۲}$ ‎-۲	$\cancel{۱۳}$ ‎-۱	$\cancel{۱۴}$ ۰	$\cancel{۲۶}$ ۱۲	$\cancel{۲۷}$ ۱۳	$\cancel{۲۸}$ ۱۴
فراوانی	۳	۲	۷	۳	۱	۱	۵

$$\bar{X} = \frac{۳(-۶) + ۲(-۲) + ۷(-۱) + ۳(۰) + ۱(۱۲) + ۱(۱۳) + ۵(۱۴)}{۲۲} = ۳$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۳(-۶-۳)^2 + ۲(-۲-۳)^2 + ۷(-۱-۳)^2 + ۳(۰-۳)^2}{۲۲} + \frac{۱(۱۲-۳)^2 + ۱(۱۳-۳)^2 + ۵(۱۴-۳)^2}{۲۲} = \frac{۱۲۱۸}{۲۲} \simeq ۵۵/۳۶$$

۱۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴

مرکز دسته‌ها را به‌دست می‌آوریم:

x	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
f	۳	۲	a	۶	۱

مرکز دستهٔ سوم برابر ۱۰ می‌باشد. $x - ۱۰$ را به‌دست می‌آوریم. واریانس جدول جدید نیز برابر ۶ خواهد بود.

$x-۱۰$	‎-۴	‎-۲	۰	۲	۴
f	۳	۲	a	۶	۱

$$\bar{X} = \frac{۳(-۴) + ۲(-۲) + a(۰) + ۶(۲) + ۱(۴)}{۳ + ۲ + a + ۶ + ۱} = \frac{۰}{a + ۱۲} = ۰$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۳(-۴-۰)^2 + ۲(-۲-۰)^2 + a(۰-۰)^2 + ۶(۲-۰)^2 + ۱(۴-۰)^2}{a + ۱۲} = ۶$$

$$\Rightarrow \frac{۴۸ + ۸ + ۲۴ + ۱۶}{a + ۱۲} = ۶ \Rightarrow ۹۶ = ۶a + ۷۲ \Rightarrow ۶a = ۲۴ \Rightarrow a = ۴$$

بنابراین فراوانی دستهٔ سوم برابر $a = ۴$ می‌باشد.

۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴

مجموع فراوانی‌های نسبی برابر ۱ می‌باشد:

$$۰/۱ + ۰/۲۵ + ۰/۲ + \alpha = ۱ \Rightarrow \alpha = ۰/۴۵$$

میانگین و واریانس جدول را از روی فراوانی نسبی به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{X} = ۰/۱\times ۸ + ۰/۲۵\times ۱۲ + ۰/۲\times ۱۶ + ۰/۴۵\times ۲۰ = ۰/۸ + ۳ + ۳/۲ + ۹ = ۱۶$$

$$\sigma^2 = ۰/۱ \times (۸-۱۶)^2 + ۰/۲۵\times(۱۲-۱۶)^2 + ۰/۲\times(۱۶-۱۶)^2$$
$$+ ۰/۴۵\times(۲۰-۱۶)^2 = ۶/۴ + ۴ + ۰ + ۷/۲ = ۱۷/۶$$

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴

میانگین و واریانس داده‌های a، $a+۲$، $a+۴$ و $a+۶$ را به‌دست می‌آوریم و آن‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم: a‑داده: $۰, ۲, ۴, ۶$

$$\bar{x}_1 = \frac{۰ + ۲ + ۴ + ۶}{۴} = ۳$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{(۰-۳)^2 + (۲-۳)^2 + (۴-۳)^2 + (۶-۳)^2}{۴} = \frac{۹+۱+۱+۹}{۴} = ۵$$

میانگین واقعی $a + ۳$ و واریانس واقعی همان ۵ است. داریم:

$$a + ۳ = ۵ \Rightarrow a = ۲$$

داده‌های جدید: $۲,۴,۶,۸,۱۰ \xrightarrow{-۶} -۴,-۲,۰,۲,۴$

$$\Rightarrow \bar{x}_2 = \frac{-۴ - ۲ + ۰ + ۲ + ۴}{۵} = ۰$$

$$\Rightarrow \sigma_2^2 = \frac{(-۴)^2 + (-۲)^2 + ۰^2 + ۲^2 + ۴^2}{۵} = \frac{۴۰}{۵} = ۸$$

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴

از روی نمودار بافت نگاشت، جدول فراوانی داده‌ها، شامل مرکز دسته و فراوانی را مشخص می‌کنیم:

مرکز دسته (x)	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
فراوانی (f)	۴	۳	۵	۵	۳

$x - ۱۵$ را به‌دست می‌آوریم. واریانس داده‌های جدید با واریانس داده‌های اولیه برابر است:

$x-۱۵$	‎-۴	‎-۲	۰	۲	۴
f	۴	۳	۵	۵	۳

$$\bar{x} = \frac{۴(-۴) + ۳(-۲) + ۵(۰) + ۵(۲) + ۳(۴)}{۴ + ۳ + ۵ + ۵ + ۳} = \frac{۰}{۲۰} = ۰$$

واریانس داده‌ها با میانگین صفر، برابر است با:

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۴(-۴-۰)^2 + ۳(-۲-۰)^2 + ۵(۰-۰)^2 + ۵(۲-۰)^2 + ۳(۴-۰)^2}{۲۰}$$

$$= \frac{۶۴ + ۱۲ + ۲۰ + ۴۸}{۲۰} = \frac{۱۴۴}{۲۰} = ۷/۲$$

۱۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴

در نمودار چندبر فراوانی، محور افقی، مرکز دسته و محور عمودی، فراوانی داده‌ها می‌باشند. فرض کنیم میانگین فرضی داده‌ها برابر ۷ باشد، جدول فراوانی با $x - ۷$ را تشکیل می‌دهیم:

$x-۷$	‎-۴	‎-۲	۰	۲	۴
f	۲	۷	۸	۵	۳

$$\text{میانگین} = \frac{۲(-۴) + ۷(-۲) + ۸(۰) + ۵(۲) + ۳(۴)}{۲ + ۷ + ۸ + ۵ + ۳} = \frac{۰}{۲۵} = ۰$$

واریانس جدول با میانگین صفر برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{۲(-۴-۰)^2 + ۷(-۲-۰)^2 + ۸(۰-۰)^2 + ۵(۲-۰)^2 + ۳(۴-۰)^2}{۲۵}$$

$$= \frac{۳۲ + ۲۸ + ۲۰ + ۴۸}{۲۵} = \frac{۱۲۸}{۲۵} = \frac{۱۲۵}{۲۵} + \frac{۳}{۲۵}\times\frac{۴}{۴} = ۵ + \frac{۱۲}{۱۰۰} = ۵/۱۲$$

۱۱۲ ۱ ۲ **۳** ۴

نکته: اگر انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات داده‌ها صفر باشد، آن‌گاه داده‌ها همگی با هم برابرند.

انحراف معیار داده‌های $a-۱$، b، $c+۲$، d و ۱۸ برابر صفر است، پس این داده‌ها همگی با هم برابرند. بنابراین:

$$a-۱=b=c+۲=d=۱۸ \Rightarrow a=۱۹, b=d=۱۸, c=۱۶$$

میانگین داده‌های a، $b+۱$، c، $d-۴$ و ۱۹ برابر است با:

$$\text{داده‌ها}: ۱۹,۱۹,۱۶,۱۴,۱۹ \Rightarrow \overline{X}=\frac{\text{مجموع داده‌ها}}{۵}=\frac{۸۷}{۵}=۱۷/۴$$

۱۱۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

اگر واریانس داده‌های آماری برابر صفر باشد، آن‌گاه داده‌ها همگی با هم برابر و در نتیجه میانگین داده‌ها نیز برابر همین داده‌های مساوی خواهد شد.

با اضافه کردن داده‌های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به یازده دادهٔ اولیه، میانگین تغییر نکرده است، پس میانگین یازده دادهٔ اولیه با میانگین این سه عدد، یعنی $\frac{۲۴+۱۶+۲۶}{۳}=۲۲$ برابر است. بنابراین داده‌ها به‌صورت زیر خواهد بود (یازده داده برابر ۲۲ می‌باشند):

داده‌ها	۲۲	۱۶	۲۴	۲۶
فراوانی	۱۱	۱	۱	۱

$$\sigma^۲=\frac{۱۱(۲۲-۲۲)^۲+۱(۱۶-۲۲)^۲+۱(۲۴-۲۲)^۲+۱(۲۶-۲۲)^۲}{۱۴}$$

$$=\frac{۳۶+۴+۱۶}{۱۴}=۴ \Rightarrow \sigma=۲$$

۱۱۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

میانگین دو دادهٔ ۱۲ و ۱۸ برابر $\frac{۱۲+۱۸}{۲}=۱۵$ می‌باشد. چون میانگین هشت دادهٔ اولیه نیز برابر ۱۵ می‌باشد، پس میانگین ۱۰ داده حاصل نیز برابر ۱۵ خواهد بود. واریانس هشت دادهٔ اولیه برابر ۴ است، پس:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-۱۵)^۲+\cdots+(x_۸-۱۵)^۲}{۸}=۴$$

$$\Rightarrow (x_۱-۱۵)^۲+\cdots+(x_۸-۱۵)^۲=۳۲ \quad (*)$$

بنابراین واریانس ۱۰ دادهٔ $x_۱$، ...، $x_۸$، ۱۲ و ۱۸ با میانگین ۱۵ برابر است با:

$$\frac{(x_۱-۱۵)^۲+\cdots+(x_۸-۱۵)^۲+(۱۲-۱۵)^۲+(۱۸-۱۵)^۲}{۱۰}$$

$$\overset{(*)}{=}\frac{۳۲+۹+۹}{۱۰}=\frac{۵۰}{۱۰}=۵$$

۱۱۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

۲۵ دادهٔ آماری که چهارتای آن‌ها ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ می‌باشد، دارای میانگین ۳۰ و انحراف معیار ۸ می‌باشند. بنابراین داریم:

$$\text{داده‌ها}: x_۱,x_۲,\cdots,x_{۲۱},۱۰,۱۵,۴۵,۵۰$$

$$\sigma=۸ \Rightarrow \sigma^۲=۶۴$$

$$\Rightarrow ۶۴=\frac{\overbrace{(x_۱-۳۰)^۲+\cdots+(x_{۲۱}-۳۰)^۲}^{A}+(۱۰-۳۰)^۲}{۲۵}$$

$$+\frac{(۱۵-۳۰)^۲+(۴۵-۳۰)^۲+(۵۰-۳۰)^۲}{۲۵}$$

$$\Rightarrow ۲۵\times۶۴=A+۴۰۰+۲۲۵+۲۲۵+۴۰۰ \Rightarrow A=۱۶۰۰-۱۲۵۰=۳۵۰$$

چون میانگین چهار دادهٔ حذف‌شده برابر ۳۰ است $\left(\frac{۱۰+۱۵+۴۵+۵۰}{۴}=۳۰\right)$، پس میانگین ۲۱ دادهٔ باقی‌مانده نیز برابر ۳۰ خواهد بود. پس واریانس ۲۱ دادهٔ باقی‌مانده برابر است با:

$$\frac{(x_۱-۳۰)^۲+(x_۲-۳۰)^۲+\cdots+(x_{۲۱}-۳۰)^۲}{۲۱}=\frac{۳۵۰}{۲۱}=\frac{۵۰}{۳}\simeq ۱۶/۶۶$$

۱۱۶ ۱ ۲ **۳** ۴

میانگین سه دادهٔ اضافه‌شده برابر $۲۵=\frac{۲۰+۲۷+۲۸}{۳}$ می‌باشد و با توجه به این‌که میانگین ۱۸ دادهٔ اولیه نیز برابر ۲۵ می‌باشد، پس میانگین ۲۱ دادهٔ حاصل برابر ۲۵ می‌شود.

از طرفی داریم:

$$\sigma=۳ \Rightarrow \sigma^۲=۹=\frac{(x_۱-۲۵)^۲+\cdots+(x_{۱۸}-۲۵)^۲}{۱۸}$$

$$\Rightarrow A=(x_۱-۲۵)^۲+\cdots+(x_{۱۸}-۲۵)^۲=۹\times۱۸=۱۶۲$$

بنابراین واریانس ۲۱ دادهٔ $x_۱$، $x_۲$، ...، $x_{۱۸}$، ۲۰، ۲۷ و ۲۸، با میانگین ۲۵ برابر است با:

$$\frac{\overbrace{(x_۱-۲۵)^۲+\cdots+(x_{۱۸}-۲۵)^۲}^{A}+(۲۰-۲۵)^۲+(۲۷-۲۵)^۲+(۲۸-۲۵)^۲}{۲۱}$$

$$=\frac{A+۲۵+۴+۹}{۲۱}=\frac{۱۶۲+۳۸}{۲۱}=\frac{۲۰۰}{۲۱}\simeq ۹/۵۲$$

۱۱۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

یکی از داده‌های آماری با میانگین $(\overline{X})$ برابر است. بنابراین ۲۶ دادهٔ آماری به‌صورت $x_۱$، ...، $x_{۲۵}$ و $\overline{X}$ می‌باشند. داریم:

$$\sigma=۲ \Rightarrow \sigma^۲=۴=\frac{\overbrace{(x_۱-\overline{X})^۲+\cdots+(x_{۲۵}-\overline{X})^۲}^{A}+(\overline{X}-\overline{X})^۲}{۲۶}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{۲۶}=۴ \Rightarrow A=۴\times۲۶=۱۰۴ \ (*)$$

با حذف $\overline{X}$، میانگین ۲۵ دادهٔ باقی‌مانده نیز برابر $\overline{X}$ خواهد ماند و در نتیجه واریانس ۲۵ دادهٔ آماری $x_۱$، ... و $x_{۲۵}$ با میانگین $\overline{X}$ برابر است با:

$$\sigma^۲=\frac{\overbrace{(x_۱-\overline{X})^۲+\cdots+(x_{۲۵}-\overline{X})^۲}^{A}}{۲۵}\overset{(*)}{=}\frac{۱۰۴}{۲۵}=۴/۱۶$$

۱۱۸ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

فرض کنیم میانگین هر دو گروه داده‌های $\{x_۱,\dots,x_{۱۲}\}$ و $\{y_۱,\dots,y_{۲۴}\}$ برابر $\bar{X}$ باشد. داریم:

$$\sigma_۱^۲=۱۲/۶=\frac{(x_۱-\bar{X})^۲+\cdots+(x_{۱۲}-\bar{X})^۲}{۱۲}$$

$$\Rightarrow (x_۱-\bar{X})^۲+\cdots+(x_{۱۲}-\bar{X})^۲=۱۵۱/۲ \quad (۱)$$

$$\sigma_۲^۲=۷/۲=\frac{(y_۱-\bar{X})^۲+\cdots+(y_{۲۴}-\bar{X})^۲}{۲۴}$$

$$\Rightarrow (y_۱-\bar{X})^۲+\cdots+(y_{۲۴}-\bar{X})^۲=۲۴\times ۷/۲=۱۷۲/۸ \quad (۲)$$

چون میانگین هر دو گروه با هم برابرند، پس میانگین ۳۶ دادهٔ $x_۱,\cdots,x_{۱۲}$ و $y_۱,\cdots,y_{۲۴}$ برابر $\bar{X}$ می‌باشد و داریم:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-\bar{X})^۲+\cdots+(x_{۱۲}-\bar{X})^۲+(y_۱-\bar{X})^۲+\cdots+(y_{۲۴}-\bar{X})^۲}{۱۲+۲۴}$$

$$=\frac{۱۵۱/۲+۱۷۲/۸}{۳۶}=\frac{۳۲۴}{۳۶}=۹\Rightarrow\sigma=۳$$

۱۱۹ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

نکته: ضریب تغییرات که آن را با نماد CV نشان می‌دهیم عبارت است از خارج قسمت تقسیم انحراف معیار بر میانگین، پس:

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{X}}$$

ابتدا میانگین و انحراف معیار داده‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{میانگین داده‌ها}=\bar{X}=\frac{۵\times۱۰+۴\times۱۱+۷\times۱۴}{۵+۴+۷}=۱۲$$

$$\sigma^۲=\frac{۵(۱۰-۱۲)^۲+۴(۱۱-۱۲)^۲+۷(۱۴-۱۲)^۲}{۵+۴+۷}=\frac{۴\times۱۳}{۱۶}=\frac{۱۳}{۴}$$

$$\Rightarrow\sigma=\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{X}}=\frac{\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}}{۱۲}=\frac{\sqrt{۱۳}}{۲۴}\simeq ۰/۱۵$$

۱۲۰ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

ابتدا میانگین و سپس واریانس داده‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{X}=\frac{۵+۷+۳\times۸+۲\times۱۰}{۷}=\frac{۵۶}{۷}=۸$$

$$\Rightarrow\sigma^۲=\frac{(۵-۸)^۲+(۷-۸)^۲+۳(۸-۸)^۲+۲(۱۰-۸)^۲}{۷}=\frac{۱۸}{۷}$$

$$\Rightarrow\sigma=\sqrt{\frac{۱۸}{۷}}=۳\sqrt{\frac{۲}{۷}}$$

ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{X}}=\frac{۳\sqrt{\frac{۲}{۷}}}{۸}=\frac{۳\times۰/۵۳۴}{۸}\simeq ۰/۲۰$$

۱۲۱ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

میانگین فرضی را ۱۰ در نظر می‌گیریم و $x_i-۱۰$ را تشکیل می‌دهیم:

$x_i-۱۰$	-۲	-۱	۰	۱	۲
f_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

$$\text{میانگین جدول}=\frac{۳(-۲)+۲(-۱)+۱۲(۰)+۶(۱)+۱(۲)}{۳+۲+۱۲+۶+۱}=\frac{۰}{۲۴}=۰$$

بنابراین میانگین واقعی برابر ۱۰=۰+۱۰ می‌باشد. از طرفی انحراف معیار جدول اخیر با انحراف معیار جدول اولیه برابر است، بنابراین:

$$\sigma^۲=\frac{۳(-۲-۰)^۲+۲(-۱-۰)^۲+۱۲(۰-۰)^۲+۶(۱-۰)^۲+۱(۲-۰)^۲}{۲۴}$$

$$=\frac{۱۲+۲+۶+۴}{۲۴}=۱\Rightarrow\sigma=۱\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{X}}=\frac{۱}{۱۰}=۰/۱$$

۱۲۲ **(۱)** (۲) (۳) (۴)

۴۴ واحد از داده‌ها کم شده است، بنابراین اگر به میانگین جدول جدید، ۴۴ واحد اضافه کنیم، میانگین واقعی به‌دست می‌آید. واریانس جدول جدید با واریانس داده‌های اولیه برابر می‌باشد:

$$\text{میانگین جدول جدید}=\frac{۴(-۳)+۷(-۱)+۵(۱)+۳(۳)+۱(۵)}{۴+۷+۵+۳+۱}=\frac{۰}{۲۰}=۰$$

$$\Rightarrow\sigma^۲=\frac{۴(-۳-۰)^۲+۷(-۱-۰)^۲+۵(۱-۰)^۲+۳(۳-۰)^۲+۱(۵-۰)^۲}{۲۰}$$

$$=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵$$

$$\Rightarrow\sigma=\sqrt{۵}\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{X}}=\frac{\sqrt{۵}}{۴۴}\simeq ۰/۰۵$$

۱۲۳ (۱) (۲) **(۳)** (۴)

فرض کنیم ضریب تغییرات داده‌های آماری $x_۱$، ... و x_n با میانگین $\bar{X}$ و انحراف معیار σ برابر ۰/۰۸ باشد، بنابراین:

$$\frac{\sigma}{\bar{X}}=۰/۰۸\Rightarrow\sigma=۰/۰۸\bar{X}\quad(*)$$

اگر به هر داده ۵ واحد اضافه کنیم، میانگین داده‌های جدید برابر است با میانگین داده‌های اولیه به علاوهٔ ۵ و انحراف معیار تغییری نمی‌کند. پس:

$$\text{میانگین جدید}=\bar{X}+۵\ ,\quad \text{انحراف معیار جدید}=\sigma$$

$$\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{X}+۵}\overset{(*)}{=}\frac{۰/۰۸\bar{X}}{\bar{X}+۵}=۰/۰۷۵$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{۸\bar{X}}{۱۰۰}}{\bar{X}+۵}=\frac{۷۵}{۱۰۰۰}\Rightarrow\frac{۸\bar{X}}{\underset{۱}{\cancel{۱۰۰}}(\bar{X}+۵)}=\frac{۷۵}{\underset{۱۰}{\cancel{۱۰۰۰}}}\Rightarrow ۸۰\bar{X}=۷۵\bar{X}+۵\times۷۵$$

$$\Rightarrow ۵\bar{X}=۵\times۷۵\Rightarrow\bar{X}=۷۵$$

۱۲۴ (۱) **(۲)** (۳) (۴)

فرض کنیم ۵۰ دادهٔ آماری به‌صورت $x_۱$، ... و $x_{۵۰}$ باشد. در این صورت:

$$x_۱,\dots,x_{۵۰}\Rightarrow\bar{X}=۳\ ,\ \sigma=۱$$

باید میانگین و انحراف معیار داده‌های $۲x_۱-۱$، ... و $۲x_{۵۰}-۱$ را به‌دست آوریم. داریم:

$$\bar{X}'=\overline{۲X-۱}=۲\bar{X}-۱=۲(۳)-۱=۵\ ,\quad\sigma'=\sigma_{۲X-۱}=۲\sigma=۲$$

$$\Rightarrow CV=\frac{\sigma'}{\bar{X}'}=\frac{۲}{۵}=۰/۴$$

۱۲۵ گزینه ۱

با اضافه کردن مقدار ثابت به داده‌های اولیه، میانگین اولیه با همان مقدار ثابت جمع می‌شود ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند. بنابراین اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های $x_۱$، ... و $x_{۶۰}$ به ترتیب ۳ و ۱/۲ باشند، آن‌گاه میانگین و انحراف معیار داده‌های $x_۱+۹$، ... و $x_{۶۰}+۹$ به ترتیب $۱۲=۹+۳$ و ۱/۲ خواهند شد. پس ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

$$CV=\frac{\sigma}{\overline{X}}=\frac{۱/۲}{۱۲}=۰/۱$$

۱۲۶ گزینه ۲

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های $x_۱$، ... و x_n به ترتیب $\overline{X}$ و σ باشند، آن‌گاه با اضافه کردن مقدار ثابت $\overline{X}$ به داده‌ها، میانگین داده‌های جدید با اضافه کردن مقدار $\overline{X}$ به میانگین اولیه $(\overline{X})$ به‌دست می‌آید و انحراف معیار تغییری نمی‌کند. بنابراین:

$$CV_۱=\frac{\sigma}{\overline{X}}\ ,\ CV_۲=\frac{\sigma}{\overline{X}+\overline{X}}=\frac{\sigma}{۲\overline{X}}\Rightarrow\frac{CV_۲}{CV_۱}=\frac{\frac{\sigma}{۲\overline{X}}}{\frac{\sigma}{\overline{X}}}=\frac{۱}{۲}$$

۱۲۷ گزینه ۱

اگر میانگین و انحراف معیار ۲۰ دادهٔ آماری $x_۱$، ... و $x_{۲۰}$ به ترتیب $\overline{X}$ و σ باشند، آن‌گاه میانگین و انحراف معیار داده‌های $۲x_۱-۷$، ... و $۲x_{۲۰}-۷$ به ترتیب $۲\overline{X}-۷$ و ۲σ می‌باشند. داریم:

$$CV_۱=\frac{\sigma}{\overline{X}}\ ,\ CV_۲=\frac{۲\sigma}{۲\overline{X}-۷}$$

طبق فرض $CV_۲=۱/۵CV_۱$ می‌باشد، پس:

$$\frac{۲\cancel{\sigma}}{۲\overline{X}-۷}=۱/۵\times\frac{\cancel{\sigma}}{\overline{X}}\Rightarrow ۲\overline{X}=۱/۵(۲\overline{X}-۷)$$

$$\Rightarrow ۲\overline{X}=۳\overline{X}-۱۰/۵\Rightarrow\overline{X}=۱۰/۵$$

$$\Rightarrow\overline{X}=\frac{x_۱+\cdots+x_{۲۰}}{۲۰}=۱۰/۵\Rightarrow x_۱+\cdots+x_{۲۰}=۲۰\times۱۰/۵=۲۱۰$$

۱۲۸ گزینه ۱

ضریب تغییرات داده‌های $x_۱$، ... و x_n برابر ۱/۲ است، پس:

$$CV_۱=\frac{\sigma_۱}{\overline{X}_۱}=۱/۲=\frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۶}{۵}\Rightarrow\sigma_۱=\frac{۶}{۵}\overline{X}_۱\quad(*)$$

با اضافه کردن $\overline{X}_۱$ (میانگین) به داده‌های اولیه، داده‌های جدید به‌صورت زیر می‌باشند:

داده‌های جدید: $x_۱+\overline{X}_۱\ ,\ x_۲+\overline{X}_۱,\dots,x_n+\overline{X}_۱$

$$\overline{X}_۲=\overline{X}_۱+\overline{X}_۱=۲\overline{X}_۱\ ,\ \sigma_۲=\sigma_۱$$

$$\Rightarrow CV_۲=\frac{\sigma_۲}{\overline{X}_۲}=\frac{\sigma_۱}{۲\overline{X}_۱}\overset{(*)}{=}\frac{\frac{۶}{۵}\overline{X}_۱}{۲\overline{X}_۱}=۰/۶$$

۱۲۹ گزینه ۴

اگر میانگین و انحراف معیار ۱۵۰ دادهٔ آماری $x_۱$، ... و $x_{۱۵۰}$ به ترتیب ۱۲ و σ باشد، آن‌گاه میانگین و انحراف معیار داده‌های $۲x_۱+۳$، ... و $۲x_{۱۵۰}+۳$ (به دو برابر داده‌ها، سه واحد اضافه کرده‌ایم) به ترتیب $۲۷=۳+۱۲\times۲$ و ۲σ خواهند شد. بنابراین:

$$CV_۱=\frac{\sigma}{۱۲}\ ,\ CV_۲=\frac{۲\sigma}{۲۷}\Rightarrow\frac{CV_۲}{CV_۱}=\frac{\frac{۲\sigma}{۲۷}}{\frac{\sigma}{۱۲}}=\frac{۲۴}{۲۷}=\frac{۸}{۹}$$

۱۳۰ گزینه ۱

ابتدا میانگین و انحراف معیار داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{X}=\frac{۱+۲+۳+۴+۵}{۵}=۳$$

$$\sigma_x{}^۲=\frac{(۱-۳)^۲+(۲-۳)^۲+(۳-۳)^۲+(۴-۳)^۲+(۵-۳)^۲}{۵}=\frac{۱۰}{۵}=۲$$

$$\Rightarrow\sigma_x=\sqrt{۲}\simeq۱/۴$$

داده‌های u_i از ضرب عدد ثابت ۱۲ در x_i و جمع کردن با عدد ثابت ۶ به‌دست می‌آیند، پس:

$$\bar{u}=۱۲\overline{X}+۶=۱۲\times۳+۶=۴۲\ ,\ \sigma_u=۱۲\sigma_x=۱۲\times۱/۴$$

$$\Rightarrow CV=\frac{\sigma_u}{\bar{u}}=\frac{۱۲\times۱/۴}{۴۲}=\frac{\cancel{۱۲}^{۴}\times\cancel{۱۴}^{۱}}{_{۱}\cancel{۳}\ \cancel{۴۲}\times۱۰}=۰/۴$$

۱۳۱ گزینه ۲

میانگین نمرات هر دو کارگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\overline{X}_A=\frac{۱۵+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۹}{۶}=\frac{۹۶}{۶}=۱۶$$

$$\overline{X}_B=\frac{۱۶+۱۴+۱۷+۱۴+۱۷+۱۸}{۶}=\frac{۹۶}{۶}=۱۶$$

هر چه واریانس کوچک‌تر باشد، نشان‌دهندهٔ آن است که داده‌ها به هم نزدیک‌تر و در نتیجه دقت عمل بیش‌تر است:

$$\sigma_A{}^۲=\frac{(۱۴-۱۶)^۲+۲(۱۵-۱۶)^۲+(۱۶-۱۶)^۲+(۱۷-۱۶)^۲+(۱۹-۱۶)^۲}{۶}$$

$$=\frac{۴+۲+۰+۱+۹}{۶}=\frac{۱۶}{۶}=\frac{۸}{۳}$$

$$\sigma_B{}^۲=\frac{۲(۱۴-۱۶)^۲+(۱۶-۱۶)^۲+۲(۱۷-۱۶)^۲+(۱۸-۱۶)^۲}{۶}$$

$$=\frac{۸+۰+۲+۴}{۶}=\frac{۱۴}{۶}=\frac{۷}{۳}$$

واریانس B کم‌تر و در نتیجه دقت عمل کارگر B بیش‌تر است.

۱۳۲ گزینه ۱

هر یک دارای ضریب تغییرات کم‌تری باشد، دقت عمل بیش‌تری دارد.

$$A:۱۲,۱۳,۱۴,۱۵,۱۶\Rightarrow\overline{X}=\frac{۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶}{۵}=۱۴$$

$$\sigma^۲=\frac{(۱۲-۱۴)^۲+(۱۳-۱۴)^۲+(۱۴-۱۴)^۲+(۱۵-۱۴)^۲+(۱۶-۱۴)^۲}{۵}=۲$$

$$\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\overline{X}}=\frac{\sqrt{۲}}{۱۴}$$

$$B:۱۱/۵\ ,\ ۱۳\ ,\ ۱۵/۵\ ,\ ۱۶\ ,\ ۱۶/۵$$

$$\Rightarrow\overline{X}=\frac{۱۱/۵+۱۳+۱۵/۵+۱۶+۱۶/۵}{۵}=۱۴/۵$$

$$\sigma^۲=\frac{(۱۱/۵-۱۴/۵)^۲+(۱۳-۱۴/۵)^۲+(۱۵/۵-۱۴/۵)^۲}{۵}$$

$$\frac{+(۱۶-۱۴/۵)^۲+(۱۶/۵-۱۴/۵)^۲}{۵}$$

$$=\frac{۱۸/۵}{۵}=۳/۷\Rightarrow CV=\frac{\sqrt{۳/۷}}{۱۴/۵}$$

ضریب تغییرات کارگر A عددی کوچک‌تر است، پس دقت عمل کارگر A بهتر است.

۱۳۳ — ۱ ۲ ۳ ۴

چون میانگین دو دستگاه برابر نمی‌باشد، هر چه ضریب تغییرات کم‌تر باشد، دقت عمل و در نتیجه اطمینان بیش‌تر است.

ضریب تغییرات دستگاه A برابر $CV_A=\frac{۳/۶}{۱۵۰}=۰/۰۲۴$ و ضریب تغییرات دستگاه B نیز برابر $\frac{۳/۸۴}{۱۶۰}=۰/۰۲۴$ است. چون ضریب تغییرات یکسان است، پس دقت عمل هر دو با هم برابر است.

۱۳۴ — ۱ ۲ ۳ ۴

هر گروه که ضریب تغییرات کم‌تری داشته باشد، گروه بهتری است.

ضریب تغییرات گروه اول $=\frac{\sigma}{\bar{X}}=\frac{۵}{۸۰}=\frac{۱}{۱۶}$

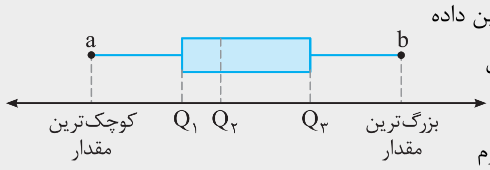
ضریب تغییرات گروه دوم $=\frac{\sigma}{\bar{X}}=\frac{۴}{۷۲}=\frac{۱}{۱۸}$

ضریب تغییرات گروه دوم کم‌تر است، پس گروه بهتری می‌باشد.

۱۳۵ — ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: نمودار جعبه‌ای، نموداری تصویری است که داده‌ها را بر اساس پنج مقدار نمایش می‌دهد. این مقادیر به ترتیب از چپ به راست (روی محور) عبارتند از:

۱) کوچک‌ترین داده
۲) چارک اول
۳) میانه
۴) چارک سوم
۵) بزرگ‌ترین داده



Q_1 و Q_3 روی جعبه قرار دارند نه درون آن.

با توجه به نمودار داده‌شده، داریم:

$$Q_1=۱۴\,,\ Q_2=۱۶\,,\ Q_3=۲۲$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1+Q_3}{Q_2}=\frac{۱۴+۲۲}{۱۶}=\frac{۳۶}{۱۶}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

۱۳۶ — ۱ ۲ **۳** ۴

داده‌های داده‌شده از کوچک به بزرگ مرتب می‌باشند و تعداد آن‌ها برابر ۱۲ می‌باشد. چون $۱۲=۴\times۳$ است، پس داده‌ها به ۴ گروه ۳ تایی تقسیم می‌شوند:

$$۳,۳,۴,\underset{Q_1=۵}{\downarrow}۶,۶,۸,۸,۹,۱۱,\underset{Q_3=۱۱/۵}{\downarrow}۱۲,۱۲,۱۳$$

با حذف داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم، ۶ داده به‌صورت روبه‌رو خواهیم داشت: ۶,۶,۸,۸,۹,۱۱

$$\bar{X}=\frac{۶+۶+۸+۸+۹+۱۱}{۶}=\frac{۴۸}{۶}=۸$$

$$\Rightarrow \sigma^2=\frac{۲(۶-۸)^2+۲(۸-۸)^2+(۹-۸)^2+(۱۱-۸)^2}{۶}$$

$$\Rightarrow \sigma^2=\frac{۸+۰+۱+۹}{۶}=۳\Rightarrow \sigma=\sqrt{۳}\simeq ۱/۷$$

$$\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{X}}\simeq\frac{۱/۷}{۸}\simeq ۰/۲۱$$

۱۳۷ — **۱** ۲ ۳ ۴

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. چون $۱۵=۴\times۳+۳$ می‌باشد، داده‌ها در چهار دستهٔ ۳ تایی تقسیم می‌شوند و ۳ دادهٔ اضافه، چارک‌ها می‌باشند:

$$۵\,،\,۷\,،\,۸\,،\,\underset{Q_1=۹}{\bullet}\,،\,\boxed{۱۰\,،\,۱۱\,،\,۱۲\,،\,\underset{Q_2}{۱۴}\,،\,۱۶\,،\,۱۷\,،\,۱۸}\,،\,\underset{Q_3=۱۹}{\bullet}\,،\,۲۰\,،\,۲۱\,،\,۲۳$$

بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین دادهٔ روی و داخل جعبه ۱۹ و ۹ می‌باشد، بنابراین $R=۱۹-۹=۱۰$ است.

۱۳۸ — ۱ **۲** ۳ ۴

با تقسیم ۱۹ بر ۴، داریم: $۱۹=۴\times۴+۳$

یعنی داده‌ها به ۴ دستهٔ ۴تایی بین ۳ چارک تقسیم می‌شوند و سه دادهٔ اضافی همان چارک‌ها خواهند بود. بنابراین نمودار جعبه‌ای به‌صورت زیر می‌باشد:

$$x_1,\dots,x_4,\underset{Q_1=x_5}{\bullet},\boxed{x_6,\dots,x_{14}},\underset{Q_3=x_{15}}{\bullet},x_{16},\dots,x_{19}$$

میانگین داده‌های $x_1,\dots$ و x_4 برابر ۱۱ است، پس:

$$A=x_1+\cdots+x_4=۴\times۱۱=۴۴$$

میانگین ۱۱ دادهٔ $x_5,\dots$ و x_{15} برابر ۱۵/۲ می‌باشد، پس:

$$B=x_5+\cdots+x_{15}=۱۱\times۱۵/۲=۱۶۷/۲$$

همچنین میانگین داده‌های $x_{16},\dots$ و x_{19} برابر ۱۷/۵ است، پس:

$$C=x_{16}+\cdots+x_{19}=۴\times۱۷/۵=۷۰$$

بنابراین میانگین ۱۹ دادهٔ کل برابر است با:

$$\bar{X}=\frac{A+B+C}{۲۳}=\frac{۴۴+۱۶۷/۲+۷۰}{۱۹}=\frac{۲۸۱/۲}{۱۹}=۱۴/۸$$

۱۳۹ — ۱ ۲ **۳** ۴

در نمودار جعبه‌ای ۳۶ دادهٔ آماری، ۱۸ داده در دو طرف جعبه‌ها (هر طرف ۹ داده) و ۱۸ داده درون جعبه قرار می‌گیرند.

$$\underbrace{x_1,\cdots,x_9}_{\bar{X}_1=۲۲},\boxed{x_{10},\cdots,x_{27}},\underbrace{x_{28},\cdots,x_{36}}_{\bar{X}_2=۳۰}$$

$$\bar{X}_1=\frac{x_1+\cdots+x_9}{۹}=۲۲\Rightarrow x_1+\cdots+x_9=۹\times۲۲=۱۹۸\quad(۱)$$

$$\bar{X}_2=\frac{x_{28}+\cdots+x_{36}}{۹}=۳۰\Rightarrow x_{28}+\cdots+x_{36}=۹\times۳۰=۲۷۰\quad(۲)$$

$$\bar{X}=\frac{(x_1+\cdots+x_9)+\overbrace{x_{10}+\cdots+x_{27}}^{A}+(x_{28}+\cdots+x_{36})}{۳۶}=۲۷/۵$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{۱۹۸+A+۲۷۰}{۳۶}=۲۷/۵\Rightarrow ۴۶۸+A=۹۹۰\Rightarrow A=۵۲۲$$

بنابراین میانگین ۱۸ دادهٔ درون جعبه برابر $\frac{A}{۱۸}=\frac{۵۲۲}{۱۸}=۲۹$ است.

۱۴۰ — ۱ ۲ **۳** ۴

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و چارک‌های اول و سوم را به‌دست می‌آوریم. دامنهٔ میان چارکی برابر Q_3-Q_1 است:

$$۱۲,۱۳,۱۳,\underset{Q_1=۱۴}{۱۴}\ ,۱۴,۱۴,۱۵,\underset{Q_2=۱۵}{۱۵},۱۶,۱۶,۱۷,\underset{Q_3=۱۷}{۱۷}\ ,۱۸,۱۹,۱۹$$

$$\Rightarrow Q_3-Q_1=۱۷-۱۴=۳$$

۱۴۱ | **۱** ۲ ۳ ۴

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ می‌باشد و داریم $۳ + ۴(۲) = ۱۱$، بنابراین سه دادهٔ اضافه، چارک‌های اول، دوم و سوم می‌باشند. داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$۹,۱۱,\underset{Q_۱}{\underset{\downarrow}{۱۱}},۱۲,۱۴,\underset{Q_۲}{\underset{\downarrow}{۱۴}},۱۵,۱۵,\underset{Q_۳}{\underset{\downarrow}{۱۶}},۱۷,۱۸$$

دادهای درون جعبه: ۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵

$$\Rightarrow \overline{X}=\frac{۱۲+۱۴+۱۴+۱۵+۱۵}{۵}=\frac{۷۰}{۵}=۱۴$$

$$\sigma^۲=\frac{(۱۲-۱۴)^۲+۲(۱۴-۱۴)^۲+۲(۱۵-۱۴)^۲}{۵}=\frac{۴+۰+۲}{۵}=۱/۲$$

$$\Rightarrow \sigma=\sqrt{۱/۲}\simeq ۱/۱$$

۱۴۲ | ۱ ۲ ۳ **۴**

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است. چون $۱ + ۳ × ۴ = ۱۳$ می‌باشد، پس اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، آن‌گاه سه دادهٔ اول و سه دادهٔ آخر خارج جعبه قرار دارند و ۷ دادهٔ میانی درون جعبه قرار می‌گیرند:

$$۷,۹,۱۰,\underbrace{۱۱,۱۲,۱۲,۱۳,۱۶,۱۷,۱۷}_{\text{۷ دادهٔ میانی}},۱۸,۲۰,۲۱$$

میانگین و واریانس ۷ دادهٔ میانی به‌صورت زیر می‌باشند:

$$\overline{X}=\frac{۱۱+۱۲+۱۲+۱۳+۱۶+۱۷+۱۷}{۷}=۱۴$$

$$\Rightarrow\sigma^۲=\frac{(۱۱-۱۴)^۲+۲(۱۲-۱۴)^۲+(۱۳-۱۴)^۲+(۱۶-۱۴)^۲+۲(۱۷-۱۴)^۲}{۷}$$

$$=\frac{۴۰}{۷}\simeq ۵/۷۱$$

۱۴۳ | ۱ **۲** ۳ ۴

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و چارک‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$۳۲,۳۷,\underset{Q_۱}{\underset{\downarrow}{۳۹}},۴۲,\underset{Q_۲=۴۸}{\underset{\downarrow}{\underbrace{۴۶,۵۰}}},۵۴,\underset{Q_۳}{\underset{\downarrow}{۵۶}},۵۷,۵۹$$

داده‌های بین $Q_۱$ و $Q_۳$، یعنی داده‌های ۴۲، ۴۶، ۵۰ و ۵۴ درون جعبه قرار می‌گیرند.

$$\overline{x}=\frac{۴۲+۴۶+۵۰+۵۴}{۴}=۴۸$$

$$\Rightarrow\sigma^۲=\frac{(۴۲-۴۸)^۲+(۴۶-۴۸)^۲+(۵۰-۴۸)^۲+(۵۴-۴۸)^۲}{۴}$$

$$=\frac{۸۰}{۴}=۲۰$$

$$\Rightarrow\sigma=\sqrt{۲۰}\simeq ۴/۴\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\overline{x}}\simeq\frac{۴/۴}{۴۸}\simeq ۰/۰۹$$

۱۴۴ | ۱ ۲ **۳** ۴

مراحل زندگی شامل نوزادی، کودکی و ... یک متغیر کیفی ترتیبی است.

۱۴۵ | **۱** ۲ ۳ ۴

$$(\text{دامنهٔ تغییرات})\,R=۵۹-۲۳=۳۶\ ,\ k=۹\Rightarrow c=\frac{R}{k}=\frac{۳۶}{۹}=۴$$

روش اول: دستهٔ پنجم، دستهٔ وسط است:

دسته‌ها: $[۲۳,۲۷),[۲۷,۳۱),[۳۱,۳۵),[۳۵,۳۹),[۳۹,۴۳),\cdots$

$$\text{مرکز دستهٔ پنجم}=\frac{۳۹+۴۳}{۲}=۴۱$$

روش دوم: دستهٔ اول $[۲۳,۲۷)$ و مرکز آن برابر $x_۱=\frac{۲۳+۲۷}{۲}=۲۵$ است.

$$(\text{مرکز دستهٔ پنجم})\,x_۵=x_۱+۴c=۲۵+۴(۴)=۴۱$$

۱۴۶ | ۱ ۲ ۳ **۴**

مجموع فراوانی نسبی تمام داده‌ها برابر یک است:

$$۰/۲+۰/۱+\alpha+۰/۳+۰/۱۲=۱\Rightarrow\alpha+۰/۷۲=۱$$

$$\Rightarrow\alpha=۱-۰/۷۲=۰/۲۸$$

$$\text{اندازهٔ زاویهٔ دادهٔ ۱۷}=\alpha\times ۳۶۰^\circ=\frac{۲۸}{\underset{۵}{\cancel{۱۰۰}}}\times\overset{۱۸}{\cancel{۳۶۰^\circ}}=۱۰۰/۸^\circ$$

۱۴۷ | ۱ **۲** ۳ ۴

عدد ۲۶ را به عنوان میانگین فرض در نظر می‌گیریم و داده‌ها را منهای ۲۶ می‌کنیم.

$x-۲۶$	-۵	-۴	-۱	۰	۱	۴
f	۸	۹	۷	۱۴	۷	۹

میانگین جدول را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\frac{۸(-۵)+۹(-۴)+۷(-۱)+۱۰(۰)+۷(۱)+۹(۴)}{۸+۹+۷+۱۴+۷+۹}=\frac{-۴۰}{۶۴}=\frac{-۵}{۸}$$

$$=-۰/۶۲۵\Rightarrow\overline{x}=۲۶-۰/۶۲۵=۲۵/۳۷۵$$

۱۴۸ | ۱ **۲** ۳ ۴

دادهٔ ۱۲ از دستهٔ اول و دادهٔ ۱۷ از دستهٔ سوم حذف می‌شود. جدول فراوانی داده‌ها به‌صورت زیر درمی‌آید:

دسته‌ها	۹-۱۳	۱۳-۱۷	۱۷-۲۱	۲۱-۲۵	۲۵-۲۹	۲۹-۳۳
فراوانی	۶	۱۵	۸	۵	۹	۷

مرکز دسته‌ها را به‌دست می‌آوریم و مرکز دستهٔ سوم را به عنوان میانگین فرض در نظر می‌گیریم:

x	$\overset{-۸}{\cancel{۱۱}}$	$\overset{-۴}{\cancel{۱۵}}$	$\overset{۰}{\cancel{۱۹}}$	$\overset{۴}{\cancel{۲۳}}$	$\overset{۸}{\cancel{۲۷}}$	$\overset{۱۲}{\cancel{۳۱}}$
f	۶	۱۵	۸	۵	۹	۷

$$A=\frac{۶(-۸)+۱۵(-۴)+۸(۰)+۵(۴)+۹(۸)+۷(۱۲)}{۶+۱۵+۸+۵+۹+۷}=\frac{۶۸}{۵۰}\times\frac{۲}{۲}=۱/۳۶$$

$$\Rightarrow\overline{x}=۱۹+۱/۳۶=۲۰/۳۶$$

۱۴۹ | **۱** ۲ ۳ ۴

تعداد داده‌ها برابر ۱۵ است. بعد از مرتب کردن داده‌ها، دادهٔ چهارم، چارک اول، دادهٔ هشتم، چارک دوم و دادهٔ دوازدهم، چارک سوم است.

$$\text{داده‌ها:}\ ۹,۱۰,۱۱,\underset{Q_۱}{\underset{\downarrow}{۱۲}},۱۳,۱۴,۱۶,\underset{Q_۲}{\underset{\downarrow}{۱۷}},۱۸,۱۹,۲۲,\underset{Q_۳}{\underset{\downarrow}{a}},۲۴,۲۶,۲۸$$

a یک عدد طبیعی (دادهٔ کمی گسسته) و متمایز با ۲۲ و ۲۴ است. بنابراین:

$$Q_۳=a=۲۳\Rightarrow\frac{Q_۱+۲Q_۳}{Q_۲-Q_۱}=\frac{۱۲+۲(۲۳)}{۱۷-۱۲}=\frac{۵۸}{۵}=۱۱/۶$$

۱۵۰ | ۱ **۲** ۳ ۴

مد داده‌ای با بیش‌ترین فراوانی است. تمام داده‌ها با فراوانی یک است، پس x باید یکی از داده‌ها باشد و در نتیجه x مد داده‌ها است.

از طرفی میانگین داده‌ها با مد برابر است. بنابراین:

$$\frac{۴۸+۵۱+۵۲+۵۴+۵۵+x}{۶}=x\Rightarrow ۲۶۰+x=۶x$$

$$\Rightarrow ۵x=۲۶۰\Rightarrow x=۵۲$$

باید داده‌ها را مرتب کنیم و بررسی کنیم که میانهٔ داده‌ها برابر ۵۲ است یا نه.

$$\text{داده‌ها}:۴۸,۵۱,۵۲,۵۲,۵۴,۵۵\Rightarrow\text{میانه}=\frac{۵۲+۵۲}{۲}=۵۲$$

بنابراین $x=۵۲$ قابل قبول است و در نتیجه گزینهٔ (۲) صحیح است.

۱۵۱ ۱ ۲ **۳** ۴

ابتدا داده‌ها را منهای ۲۰ می‌کنیم. در واریانس تغییری ایجاد نمی‌شود. پس واریانس جدول اصلی با واریانس جدول زیر برابر است:

x	-۴	-۲	۰	۲	۴
f	۴	۳	۵	۵	۳

$$\bar{x}=\frac{-۱۶-۶+۰+۱۰+۱۲}{۴+۳+۵+۵+۳}=\frac{۰}{۲۰}=۰$$

$$\sigma^۲=\frac{۴(-۴-۰)^۲+۳(-۲-۰)^۲+۵(۰-۰)^۲+۵(۲-۰)^۲+۳(۴-۰)^۲}{۲۰}$$

$$=\frac{۹۶+۱۲+۰+۲۰+۴۸}{۲۰}=\frac{۱۷۶}{۲۰}=۸/۸$$

۱۵۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

از ۲۳ داده، ۳ تای آن‌ها ۱۸، ۱۸ و ۱۵ است. بنابراین داده‌ها به‌صورت زیر است:

$$\underbrace{x_۱,x_۲,\cdots,x_{۲۰}}_{\text{۲۰داده}},۱۵,۱۸,۱۸$$

انحراف معیار داده‌ها برابر ۳ است و در نتیجه واریانس داده‌ها برابر ۹ می‌باشد. طبق فرض میانگین ۲۳ داده برابر ۱۷ است، بنابراین:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-۱۷)^۲+\cdots+(x_{۲۰}-۱۷)^۲+(۱۵-۱۷)^۲+(۱۸-۱۷)^۲+(۱۸-۱۷)^۲}{۲۳}=۹$$

$$\Rightarrow (x_۱-۱۷)^۲+\cdots+(x_{۲۰}-۱۷)^۲+۴+۱+۱=۲۳\times۹=۲۰۷$$

$$\Rightarrow (x_۱-۱۷)^۲+\cdots+(x_{۲۰}-۱۷)^۲=۲۰۷-۶=۲۰۱\ (*)$$

میانگین سه دادهٔ ۱۵، ۱۸ و ۱۸ برابر ۱۷ است و در نتیجه با حذف آن‌ها، میانگین ۲۰ دادهٔ $x_۱$، ... و $x_{۲۰}$ برابر همان عدد ۱۷ می‌باشد. پس داریم:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-۱۷)^۲+\cdots+(x_{۲۰}-۱۷)^۲}{۲۰}\overset{(*)}{=}\frac{۲۰۱}{۲۰}=۱۰/۰۵$$

۱۵۳ **۱** ۲ ۳ ۴

مجموع داده‌ها برابر ۶۰۰ است، بنابراین میانگین داده‌ها برابر ۱۲ است. $\bar{x}=\frac{۶۰۰}{۵۰}$ داده‌ها را سه برابر کرده‌ایم و ۴ واحد به آن‌ها اضافه کرده‌ایم، بنابراین میانگین داده‌های جدید برابر است با:

$$\bar{x}'=۳\bar{x}+۴=۳\times۱۲+۴=۴۰$$

از طرفی واریانس داده‌های جدید $۳^۲=۹$ برابر می‌شود (جمع و تفریق در واریانس تأثیری ندارد)، بنابراین:

$$\sigma'^۲=۹\sigma^۲=۹\times۱/۴۴\Rightarrow\sigma=۳\times۱/۲=۳/۶$$

ضریب تغییرات داده‌های جدید برابر $\frac{۳/۶}{۴۰}=\frac{۳۶}{۴۰\times۱۰}=\frac{۹}{۱۰\times۱۰}=۰/۰۹$ می‌شود.

۱۵۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

هر چه داده‌ها به هم نزدیک‌تر باشد، نوسان عملکرد کم‌تر است، میانگین و واریانس هر یک از دو دوندهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:

۱) دوندهٔ A:

$$\bar{x}_A=\frac{۴۱+۴۳+۴۳+۴۵+۴۳}{۵}=\frac{۵\times۴۰+۱۵}{۵}=۴۳$$

$$\sigma_A^۲=\frac{(۴۱-۴۳)^۲+۳(۴۳-۴۳)^۲+(۴۵-۴۳)^۲}{۵}=\frac{۸}{۵}=۱/۶$$

۲) دوندهٔ B:

$$\bar{x}_B=\frac{۴۴+۴۴+۴۵+۴۶+۴۶}{۵}=\frac{۵\times۴۰+۲۵}{۵}=۴۵$$

$$\sigma_B^۲=\frac{۲(۴۴-۴۵)^۲+(۴۵-۴۵)^۲+(۴۶-۴۵)^۲}{۵}=\frac{۳}{۵}=۰/۶$$

چون میانگین‌ها با هم برابر نیستند، هر کدام که ضریب تغییرات کوچک‌تری داشته باشد، دارای نوسان کم‌تری در عملکرد دارد:

$$C.V_A=\frac{\sigma_A}{\bar{x}_A}=\frac{\sqrt{۱/۶}}{۴۳}\simeq\frac{۱/۲۵}{۴۳}\simeq۰/۰۳$$

$$C.V_B=\frac{\sigma_B}{\bar{x}_B}=\frac{\sqrt{۰/۶}}{۴۵}\simeq\frac{۰/۸}{۴۵}=۰/۰۲$$

$C.V_B<C.V_A\Rightarrow$ عملکرد B دارای نوسان کمتر است.

۱۵۵ ۱ ۲ **۳** ۴

در نمایش نمودار جعبه‌ای ۴۰ داده، ۱۰ داده در سمت چپ جعبه، ۱۰ داده در سمت راست جعبه و ۲۰ داده درون جعبه قرار دارد.

$$\underbrace{x_۱,\cdots,x_{۱۰}}_{A},\underbrace{\boxed{x_{۱۱},\cdots\cdots,x_{۳۰}}}_{B},\underbrace{x_{۳۱},\cdots,x_{۴۰}}_{C}$$

$$\text{میانگین داده‌های A}=\frac{\sum_{i=۱}^{۱۰}x_i}{۱۰}=۱۸\Rightarrow\sum_{i=۱}^{۱۰}x_i=۱۸\times۱۰=۱۸۰$$

$$\text{میانگین داده‌های C}=\frac{\sum_{i=۳۱}^{۴۰}x_i}{۱۰}=۲۴\Rightarrow\sum_{i=۳۱}^{۴۰}x_i=۲۴\times۱۰=۲۴۰$$

میانگین تمام داده‌ها

$$=\frac{\overset{۱۸۰}{\cancel{(x_۱+\cdots+x_{۱۰})}}+(x_{۱۱}+\cdots+x_{۳۰})+\overset{۲۴۰}{\cancel{(x_{۳۱}+\cdots+x_{۴۰})}}}{۴۰}=۲۲$$

$$\Rightarrow ۱۸۰+\sum_{i=۱۱}^{۳۰}x_i+۲۴۰=۴۰\times۲۲=۸۸۰$$

$$\Rightarrow\sum_{i=۱۱}^{۳۰}x_i=۸۸۰-۱۸۰-۲۴۰=۴۶۰$$

$$\Rightarrow\frac{\sum_{i=۱۱}^{۳۰}x_i}{۲۰}=\frac{۴۶۰}{۲۰}=۲۳$$